Årg. 39:1 Mars 1956

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

FÖRSTA HÄFTET

LENNART HULDT, Nobelpriset i fysik 1955 1

JERKER PORATH, Nobelpriset i kemi 1955 8

G. STARCK, Nobelpriset i fysiologi och medicin 1955 till Hugo Theorell..... 13

HJALMAR OLSON, Vårt dekadiska positionssystem och nollan 14

EINAR WETTERWIK, Apparat för att visa ytspänning och optisk interferens 16

BIRGER BÄCKLUND, Gittermodell till fältelektronmikroskopet 19

LENNART SANDGREN, Analytisk geometri och funktionslära på gymnasiet 23

JOSEF NYSTRÖM, Framställning av temperaturer under 1 grad Kelvin 29

Notiser: HJ. TRANE, En vågrörelseapparat, En apparat för demonstration av Boyles lag; FRODE HJERTING, Spatlen som bliver usynlig, Deformation av et fast legeme, Centrifugalvirkningen; EINAR WETTERWIK, Avmagnetisering av ur; J. KLEIN, Om vägning vid kemiska laborationer; OWE HEMER, Härledning av transformationsformlerna vid vridning av ett rätvinkligt koordinatsystem; C. E. BLOM, Hastighet-tid-diagram; BERTIL ENGLUND, Demonstration av Dulong-Petits lag, Fosfor(5)bromidens termiska dissociation 37

Aktuellt: BROR GUSTAVER, Föreningen för matem. naturv. underv. årsmöte i jan. 1956; G. STARCK, Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar 3—4 jan. 1956 43

Gradualavhandlingar: GÖSTA EKSPONG; JAN RYDBERG; JAN HANSSON; HELLMUTH HERTZ; STIG ANDERSSON 45

Bokanmälningar: se omslagets andra sida.

Problemavdelning:

Matematiska uppgifter (red. av S. BÅGMAN) 68

Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen januari 1956 71

Författare i detta häfte. Insänd litteratur 66

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; Svenska Bokförlaget; Svenska Fysikersamfundet.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 15:—, pr häfte kr. 4:25. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

Karlbergsv. 16, Stockholm.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:— för årg. 35—38 kr. 12:50.

Pärmar av grön klot à 3:— + 25 öre i porto; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, t. o. m. 37—38.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953—1955 à kr. 1:40. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Särtryck ur ELEMENTA:

2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:60.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

Problemhäften och övriga särtryck sändes pr korsband (porto 15 öre) om inbetalning sker till postgiro 527 55, Elementa, Karlbergsvägen 16, Stockholm

---

Enda sättet att bevara en tidskrift är att binda den. Det är dyrt, men det kan bli dyrare att fylla uppkomna luckor — — och kanske omöjligt. Lagret tunnas ut allt mer, men ännu kan alla årg. fr. o. m. årg. 14 (1931) erhållas, även enstaka häften i viss utsträckning. Om priser på tidigare årg. och pärmar se ovan.

En komplett Elementa-serie omfattande även årg. 1—13 blir allt svårare att uppbringa. Många av dessa årg. är sedan länge ofullständiga, och luckorna blir allt fler.

Allmänt omvittnat är att mycket av innehållet i de tidigare årg. är av bestående värde. Det är därför naturligt att t. ex. nya skolor och skolor som utvidgats med gymnasium söker fullständiga sina samlingar, men endast i enstaka fall har en komplett serie kunnat anskaffas. Den i dec. h. 1955 erbjudna serien övertogs av en dylik skola. — De som önskar de tidigare årg. och de som event. kan erbjuda dylika torde sätta sig i förbindelse med Elementas red.

Bokanmälningar: Peierls, The Laws of Nature; Menger, Géométrie générale; Gouyon, Le problème de mécanique rationelle à l'agrégation; Poli/Delerue, Le calcul symbolique à deux variables et ses applications; Reddick/Miller, Advanced Mathematics for Engineers; Wass, An Introduction to Electronic Analogue Computors; Maxwell, An Analytical Calculus; Jaswon, The Theory of Cohesion; Whitfield, An Introduction to Electronics for Physiological Workers; Mayer/Jensen, Elementary Theory of Nuclear Shell Structure; Halliday, Introductory Nuclear Physics; Heavens, Optical Properties of Thin Solid Films; Powell/Campbell/Gonser, Vapor Plating; Gay/Fawcett/Mc Guinnes, Mechanical and Electrical Equipment for Buildings; Haurowitz, Biochemistry; Statens Naturv. Forskningsråds Årsbok 1953/54; Lapadu-Hargues, Precis de Mineralogie; Rheinboldt, Chemische Unterrichtsversuche..... 53

NATUREN OCH MÄNNISKAN

Populärvetenskaplig bokserie av hög klass

Hittills utkomna volymer:

Havet och livet, Oceanernas vatten, bottnar, växter och djur, av fil. dr. *Erik Dahl.* 26:50, inb. 32:50.

Jorden och livet, Berg, slätter och hav genom årmillionerna, av fil. lic. *Anton Sörlin.* 23:50, inb. 28:50.

Atmosfären, Sol och moln, åska och regn, av överdirektör *Anders Ångström.* 18:50, inb. 24:50.

Djuren och människan, I svensk natur, av intendent *Kai Curry-Lindahl.* 23:50, inb. 28:50.

Närmast följer:

Kemien i människans tjänst, av docent *Erik Nilsson.* *Utkommer i maj 1956.*

Fysiken i vårt vardagsliv, av docent *Bengt E. Nilsson.* *Utkommer i maj 1956.*

Stjärnrymden, av professor *Knut Lundmark.* *Utkommer i höst.*

Växtvärlden och människan, av fil. lic. *Anton Sörlin.* *Utkommer i höst.*

Under kortare tid kan ovanstående erhållas till påseende vid rekvisition till undertecknad bokhandel

AB HENRIK LINDSTÅHLS BOKHANDEL

ODENGATAN 22 — STOCKHOLM VA

SVENSKA FYSIKERSAMFUNDETS PUBLIKATION

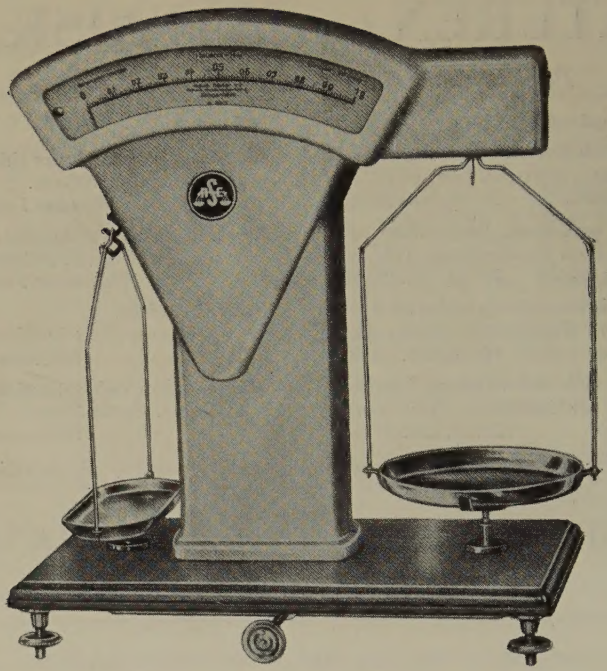
KOSMOS

band 33 har utkommit med följande innehåll:

1. Nobelpriset i fysik 1955. Av professor ERIK HULTHÉN.
2. Albert Einstein. Av fil. dr ANNA BECKMAN.
3. Robert Andrews Millikan. Av fil. dr ANNA BECKMAN.
4. Det internationella geofysiska året 1957—58. Av laborator NICOLAI HERLOFSON.
5. Den kosmiska strålningen som internationellt forskningsobjekt. Av laborator ARNE ELD SANDSTRÖM.
6. Norrsken i naturen och i laboratoriet. Av tekn. lic. LARS BLOCK.
7. Om högre transurana element. Av fil. lic. HUGO ATTERLING och docent LARS MELANDER.
8. Uranförekomster och uranindustri. Av överingenjör ERIK SVENKE.
9. Isotopanalys på tungt vatten. Av civilingenjör ROBERT SKJÖLDEBRAND.
10. Anrikning av isotoper genom utbytes- och destillationsmetoder. Av fil. lic. KARL-ERIK HOLMBERG.

Boken tillställes samfundets medlemmar *inbunden* jämte kvitto på medlemsavgift som postförskottsförsändelse å kr. 12:— plus porto. Medlemskap erhålles efter hänvändelse till **Fil. dr Sven Lennander, Fysikum, Uppsala.** Även institutioner och bibliotek antagas som medlemmar.

Samfundets medlemmar kunna i mån av tillgång erhålla bundna exemplar av äldre Kosmos-band till ett pris av 10 kr per styck, bd 27 och senare à 12 kr.



SNABBVÅG

med magnetdämpning och skalavläsning
0—2 g

Max. belastning 500 g

Känslighet 10 mg

Vågen kan även erhållas med större och mindre belastningsområden

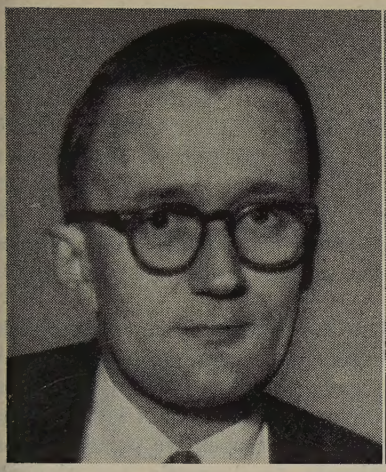
RUDOLPH GRAVE AB

SKOLAVDELNINGEN

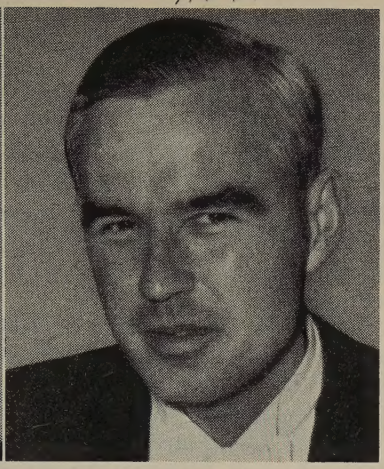
Malmskillnadsgatan 48 c, Box 3082, Stockholm 3, Tel. 23 37 80

Malmgatan 10, Box 6058, Malmö 6, Tel. 381 25

11277



Polykarp Kusch



Willis Lamb

Nobelpriset i fysik 1955

Av docent Lennart Huldt, Stockholm

Nobelpriset i fysik för år 1955 har utdelats med hälften vardera ill professor Willis E. Lamb, Stanford University, för hans upptäckt v hyperfinstrukturen i vätets spektrum och till professor Polykarp Kusch vid Columbia University för hans precisionsbestämning av lektronens magnetiska moment. Ehuru det formellt är två skilda upptäckter som belönats, överensstämma de båda forskarnas arbeten j blott i tid och rum utan även i fråga om såväl experimentell netodik som i avseende på resultatens betydelse för den fundamenala teorien.

Både Lamb och Kusch ha sedan slutet av 1930-talet verkat vid det v professor I. I. Rabi, nobelpristagare i fysik 1944, ledda laboratoriet id columbiauniversitetet. Rabi har utvecklat metoden med molekylstrålar till ett precisionsförfarande för mätning av molekylers, atomers ch atomkärnors magnetiska moment. Lamb och Kusch ha båda anänt sig av denna teknik, sinnrikt utvecklad efter olika linjer, för att ngripa problem inom den nyare strålningsteorien, den s. k. kvantlektrodynamiken.

Enligt Bohrs teori för väteatomens optiska spektrum uttryckes nergien hos de möjliga tillstånden genom olika heltalsvärden på det

s. k. huvudkvanttalet n. Grundtillståndet har $n=1$. Balmerserien i vätets spektrum uppkommer genom övergång från nivåerna $n=3, 4, 5$ osv. till den första exciterade nivån, $n=2$. Emellertid är denna senare nivå i verkligheten dubbel, i det att elektronen antingen kan sakna impulsmoment (S-term) eller ha ett sådant om en enhet (P-term). De båda termerna ha i den ursprungliga bohrska teorien exakt samma energi. Hänsynstagande till den relativistiska massändringen hos elektronen leder emellertid, såsom Sommerfeld visade, till en uppspaltning, till en finstruktur hos termen och därmed hos balmerlinjerna, vilken syntes stå i god överensstämmelse med våglängdsmätningarna.

Upptäckten av elektronens spin och därmed förbundna magnetiska moment ledde dock till komplikationer, vilka syntes lösta först med den av Dirac utvecklade generaliserade kvantmekaniken. Elektronspinnet medför en ytterligare uppspaltning av P-termen i två nivåer, $2\,^2P_{1/2}$ och $2\,^2P_{3/2}$, med spinnet antiparallellt, respektive parallellt med elektronbanans moment. Av de sålunda resulterande tre nivåerna sammanfalla enligt Diracs teori S-termen ($2\,^2S_{1/2}$ enligt nutida fullständigt beteckningssätt) och $2\,^2P_{1/2}$, medan $2\,^2P_{3/2}$ skiljer sig därifrån med beloppet 0,364 cm^{-1} i enlighet med fig. 1.

Genom att på samma sätt medelst Diracs teori beräkna uppspaltningen av termen $n=3$ kan man bestämma den väntade finstrukturen hos övergången från $n=3$ till $n=2$, vilken utgör den första linjen i balmerserien, Hα. En noggrann undersökning av denna struktur utfördes år 1938 av Williams vid Cornelluniversitetet i New York. Härvid visade sig tydliga avvikelser från teorien. Dessa ansågos kunna tolkas genom antagandet att de två undre nivåerna ($2\,^2S_{1/2}$ och $2\,^2P_{1/2}$) i fig. 1 i verkligheten icke sammanfölle. Avvikelserna i våglängd eller frekvens bli dock så små (cirka 1 på millionen) att de nätt och jämt gå utanför den uppnåeliga upplösningsförmågan. Frågan om deras realitet och eventuella orsak bordlades därför, till dess experimental-

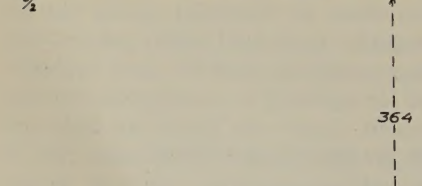


Fig. 1. Finstrukturen hos termen $n=2$ hos väte. Enligt Diracs teori sammanfalla $2\,^2S_{1/2}$ och $2\,^2P_{1/2}$, enligt resultatet av Lamb-Retherfords experiment ligger $S_{1/2}$ 0,035 cm^{-1} *ovanför* $P_{1/2}$.

eknikens framsteg medgav ett förnyat, mera fruktbart angrepp på rågan.

Detta stadium hade nåtts efter det senaste världskriget, då radar-eknikens utveckling gjorde det möjligt att åstadkomma frekvenser, varande mot en direkt övergång mellan det undre termparet och $2\,^2P_{3/2}$ i termkomplexet $n=2$. En eventuell separation mellan $2\,^2S_{1/2}$ och $2\,^2P_{1/2}$ medför nu frekvensavvikelser på flera procent, varför lessas påvisande och mätning i och för sig ej innebär någon svårighet. Lamb och hans medarbetare Retherford lyckades bemästra de i

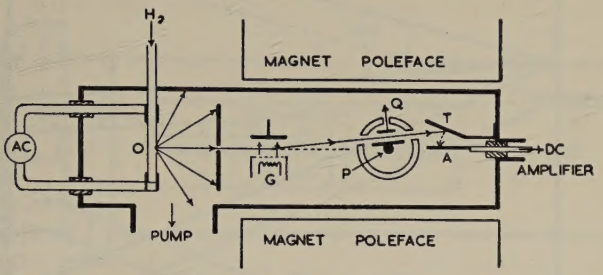


Fig. 2. Principskiss av Lambs och Retherfords anordning. Vätgasen dissocieras termiskt i det upphettade wolframröret O, varefter den kollimerade atomstrålen passerar genom området G, där den från sidan utsättes för bombardemang av elektroner. Därefter fortsätter (den genom elektronbeskjutningen något avlänkade) strålen mellan elektroderna P och Q, över vilka kan läggas antingen ett statiskt eller ett radiofrekvent elektriskt fält. Då strålen träffar wolframplattan T, slå de väteatomer som genom elektronbombardemanget exciterats till en metastabil nivå ($2\,S_{1/2}$) ut elektroner, vilka accelereras till anoden A, som är förbunden med en känslig likströmsförstärkare och galvanometer. Utanför röret befinna sig polerna till en elektromagnet, varigenom ett homogent magnetfält kan läggas över atomstrålen.

andra avseenden stora experimentella svårigheterna och kunde år 947 visa att de två termerna icke sammanföllo. Lambs och Retherords anordning framgår i princip av fig. 2. Excitationen till $n=2$ ker med elektroner accelererade till »resonans» energi. 2 S-nivån är netastabil. Metastabila atomer ha egenskapen att slå ut elektroner, m de infalla mot en metallplatta, och denna egenskap användes här för letektion av metastabila atomer i strålen. Om ett statiskt elektriskt ält på ett hundratal volt lägges mellan elektroderna P och Q, uppstår ill följd av starkeffekt en »blandning» av termerna $S_{1/2}$ och $P_{1/2}$, vilket medför att de metastabila atomerna i strålen genast övergå till grundtillståndet och icke påverka detektorn T. På så sätt kunde Lamb och Retherford korrigera för den starka, av fotoelektroner orsakade bakgrunden i anodströmkretsen. Genom att lägga en oscillerande radio-

frekvent spänning mellan P och Q slutligen göres det avsedda studiet av övergången mellan finstrukturkomponenterna. Vid resonans, dvs. då radiofrekvensen överensstämmer med avståndet mellan den metastabila $S_{1/2}$-termen och någondera av termerna $P_{1/2}$ och $P_{3/2}$, minskar strömmen vid A, enär P-termerna ögonblickligen (inom 10^{-8} sek)

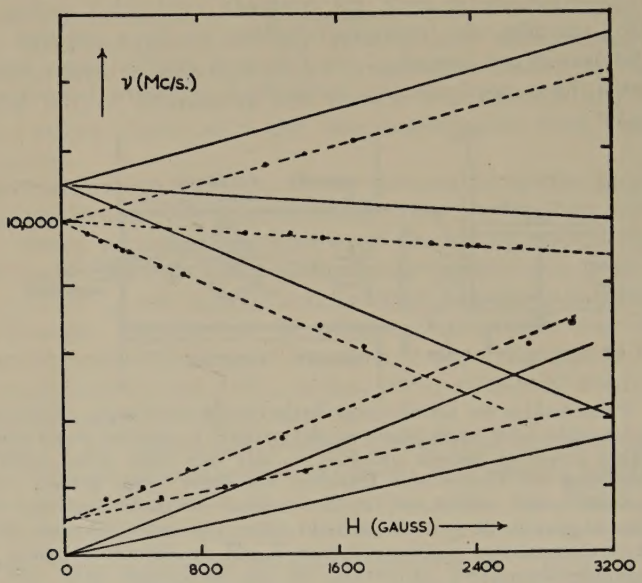


Fig. 3. Variationen av resonansfrekvens med magnetisk fältstyrka för övergångar mellan den metastabila 2 $S_{1/2}$-nivån och 2 P-nivåerna. Lamb-Retherfords experimentella punkter ligga på de streckade linjerna, vilka äro förskjutna ungefär 1000 Mc/sek (0,03 cm^{-1}) från de av Diracs teori förutsagda heldragna linjerna.

övergå till grundtillståndet. Topparna av sålunda upptagna resonanskurvor skulle således ge de sökta termavstånden.

Emellertid är det tekniskt synnerligen svårt att ändra frekvensen på en oscillator med bibehållen amplitud. I stället valde Lamb och Retherford utvägen att pålägga ett homogent och lätt varierbart magnetiskt fält. Detta orsakar en Zeeman-effekt; det uppspaltar och förskjuter termnivåerna och ändrar således även resonansfrekvenserna. Mellan dessa sålunda uppkomna Zeeman-komponenter iakttogs nu resonansen på så sätt att högfrekvensen hölls konstant medan magnetfältet modulerades. Genom att upprepa denna procedur vid olika frekvenser kan man sedan lätt extrapolera till magnetfältet 0, dvs. till de ostörda nivåerna. Ett diagram över Lambs och Retherfords

resultat jämte det enligt Diracs teori väntade förloppet visas i fig. 3. Det framgår härur otvetydigt att teoriens resultat icke gäller; frekvenserna för övergångarna $S_{1/2}$—$P_{1/2}$ — den undre kurvgruppen i fig. 3 — konvergera *icke* mot 0 vid försvinnande fält, vilket visar att dessa två nivåer *icke* sammanfalla. Övergångsfrekvenserna $S_{1/2}$—$P_{3/2}$ — den övre kurvgruppen — äro *lägre* än förutsagt, varför det är $S_{1/2}$ som ligger *högre* än $P_{1/2}$. Storleken av denna separation, den s. k. Lamb-förskjutningen, uppgår enligt förnyade, noggranna och korrigerade mätningar till $1057{,}77 \pm 0{,}10$ Mc/sek eller $0{,}035283 \pm 0{,}000003$ cm^{-1}.

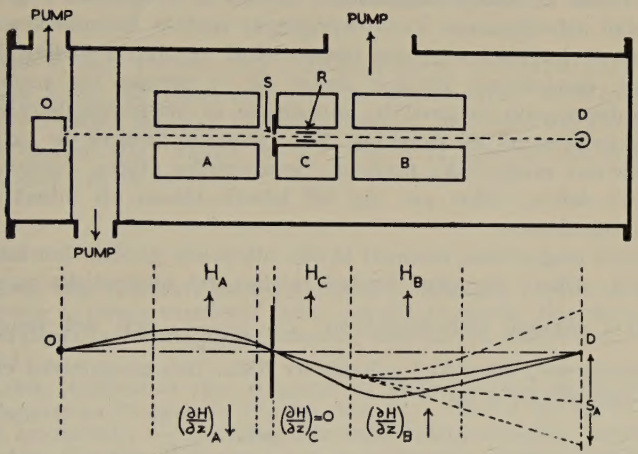


Fig. 4. Molekylstråleapparatur enligt Rabi för bestämning av molekylers magnetiska moment. O ugn, A och B inhomogena magnetfält, C homogent magnetfält för åstadkommande av Zeemaneffekt. R krets för radiofrekvens, D detektor.

Den teoretiska tydningen av denna anomali i vätets spektrum följde strax efter det första offentliggörandet. I själva verket gav Lambs och Retherfords upptäckt, liksom det vid samma tid uppdagade anomala värdet på elektronens magnetiska moment, impulsen till utvecklingen av kvantelektrodynamiken, vilken till skillnad från Diracs strålningsteori tager hänsyn till växelverkan mellan elektronen och den elektromagnetiska strålningen. Man har liknat Diracs teori vid beräkningen av egensvängningarna hos en sträng utan hänsynstagande till att strängen befinner sig i luft. Ljudvågen som utbredes genom luften förorsakar en dämpning och en frekvensändring hos strängen. Den omsorgsfullaste beräkningen av Lamb-förskjutningen på grundval av den strängare teorien har givit värdet $1057{,}19 \pm 0{,}16$ Mc/sek. Även för deuteriumatomen har samma grad av överensstämmelse visat sig

bestå mellan teorien å ena sidan och mätningar, utförda under Lambs ledning, å den andra.

Den grupp vid Rabis institution som under ledning av Kusch kommit fram till det i jämförelse med tidigare antaganden något avvikande värdet på elektronens magnetiska moment har begagnat sig av den metodik som infördes av Rabi och som finnes beskriven av professor Ryde i Elementa *28* (1945) s. 5. Principen kan sägas bestå i att molekylerna eller atomerna i en stråle utsättas för ett homogent magnetiskt fält, som uppspaltar grundnivån — eller en exciterad nivå — i dess Zeeman-komponenter. Genom ett överlagrat högfrekvent magnetfält åstadkommas kvantövergångar mellan Zeeman-komponenterna, då frekvensen överensstämmer med avståndet mellan komponenterna. Resonansen påvisas enligt fig. 4 genom två motriktade, starkt inhomogena magnetfält, anordnade så att molekylstrålen normalt fokusseras på en detektor. Vid resonans ändras de exciterade molekylernas magnetiska moment. Symmetrien störes, fokusseringen upphäves delvis, vilket ger sig till känna såsom en minskning av detektorsignalen.

Atomära magnetiska moment bruka uttryckas genom den Landéska g-faktorn, vilken uttrycker kvoten mellan det magnetiska momentet, uttryckt i enheten Bohrmagneton, $\mu_0 = \frac{eh}{4\pi m_0 c}$, och det magnetiska impulsmomentet, uttryckt i enheter av $h/2\pi$. Den magnetiska energien W vid fältstyrkan B är

$$W = -m g \mu_0 B,$$

där m är det magnetiska kvanttalet. Övriga beteckningar ha sin i atomfysiken hävdvunna betydelse.

I en atom förekomma i allmänhet tre magnetiska moment, nämligen — utom för S-termer — elektronbanans moment, summan av elektronernas eget moment samt momentet till följd av kärnspinnet. Vart och ett av dessa har följaktligen sitt eget g-värde, och det är nu Kuschs och dennes medarbetares förtjänst att genom ett skarpsinnigt eliminationsförfarande ha kommit åt elektronens g-värde med en noggrannhet av 1 på 100 000. Enligt den äldre teorien skulle g-faktorerna vara rationella tal, för elektronen = 2, vilket man även tidigare trott sig experimentellt ha funnit. Kuschs värde enligt nya förfinade mätningar har blivit

$$g_{el} = 2\,(1{,}001146 \pm 0{,}000012).$$

Den största triumfen med denna precisionsmätning är att kvantelektrodynamiken för samma storhet ger

$$g_{el} = 2\left(1 + \frac{e^2}{hc} - 2{,}973\left(\frac{2e^2}{hc}\right)^2\right) = 2 \cdot 1{,}0011454.$$

Lambs och Kuschs med uppbåd av modern experimentaltekniks ppersta medel genomförda undersökningar ha sålunda otvetydigt isat otillräckligheten i Diracs strålningsteori och givit den ännu icke abiliserade kvantelektrodynamiken en säkrad experimentell grundval.

Willis Lamb är född 1913 i Los Angeles. Han tog sin doktorsgrad id California University 1938 och kom omedelbart därefter till olumbia, där han blev professor i fysik 1948. År 1951 blev han rofessor vid Stanford University, och innevarande år tillträder han osten som föreståndare för Cavendishlaboratoriet i Cambridge, ngland.

Polykarp Kusch föddes 1911 i Blankenburg, Tyskland, men kom edan som barn till Amerikas Förenta Stater. Han studerade vid llinoisuniversitetet och var 1937—41 verksam hos Rabi vid Columbia.)it återkom han efter några års sysselsättning med militärforskning om professor i fysik år 1946.

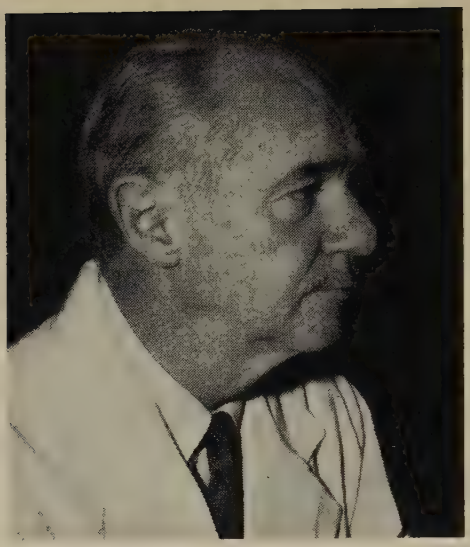
itteratur:

De arbeten som utmärkts med det senaste nobelpriset i fysik ha naturgt nog ännu ej funnit vägen till hand- och läroböckerna. Här skola dock ågra sammanfattande översikter nämnas, som beröra ämnet under olika ynpunkter:

V. E. Lamb, *Anomalous fine structure of hydrogen and singly ionized elium*. Reports on Progress in Physics, Vol. XIV (1951) s. 19. En — givetis högst auktoritativ — skildring av »Lamb-förskjutningens» upptäcktsistoria, dess teoretiska bakgrund och konsekvenser. Framställningen är, huru fackmässig, mycket överskådlig och fängslande.

unnar Lindström, *Något om den nyare kvantelektrodynamikens experientella grundvalar*. Kosmos, band 29 (1951) s. 118. En synnerligen klar versikt över teoriens och experimentens grundläggande ideer och resultat.

. F. Smith, *Molecular beams*. Methuen's monographs on physical subjects, ondon 1955, Pp. 133, 8s. 6d. net. Detta är en »nyupplaga» av en bok av raser i samma serie från år 1936 men innehåller naturligt nog till övervägande delen nytt material. Ämnet är med hänsyn till det ringa utrymmet örvånande utförligt behandlat. Många illustrationer och utförliga register nderlätta läsningen och göra verket användbart såsom en miniatyrhandbok. örfattaren har själv arbetat med molekylstrålar vid Cavendishlaboratoriet. e senaste nobelpristagarnas arbeten äro i sina experimentella aspekter tförligt behandlade.



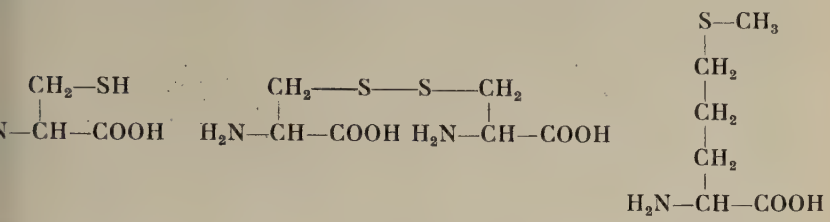
Vincent du Vigneaud

Nobelpriset i kemi 1955

av fil. lic. Jerker Porath, Uppsala

Professor Vincent du Vigneaud, 1955 års nobelpristagare i kemi, är sedan länge en välkänd och aktad vetenskapsman även utom fackkretsarna i sitt hemland USA, där han innehar professur i biokemi vid Cornell University Medical College i New York. Det är naturligtvis en truism att påstå att en nobelpristagare har en lång och framgångsrik bana bakom sig, men du Vigneauds väg till nobelpriset är ändock originell, genom att hans prisbelönade arbeten överspänner så vitt skilda områden. Det är knappast någon hemlighet att professor du Vigneaud under många år varit nobelpriskandidat. Hans arbeten inom såväl biotinkemin som polypeptidkemin är så betydelsefulla, att var och en av dessa insatser borde kunna kvalificera till nobelpris. Ett sammanhang finnes mellan du Vigneauds arbeten inom dessa båda områden. Biotin är ett svavelhaltigt vitamin, och de av du Vigneaud behandlade polypeptiderna vasopressin och oxytocin är hormoner innehållande svavel. Nästan samtliga du Vigneauds övriga arbeten behandlar svavelhaltiga biologiskt aktiva föreningar eller dem närstående substanser.

Under 1920-talet studerade du Vigneaud insulin. Han kunde visa att svavel endast förekom som cystinbrottstycken i detta hormon och ej i någon egendomligt sammansatt för insulin karakteristisk prostetisk grupp. I proteinerna (äggviteämnena) ingår cystin, dess reducerade form cystein och methionin som de enda normalt förekommande svavelhaltiga aminosyrorna. Dessa aminosyror och deras inbördes biokemiska relationer undersöktes av du Vigneaud, vilket bl. a. ledde till upptäckten av den s. k. biologiska transmetyleringen.



Cystein. Cystin. Methionin.

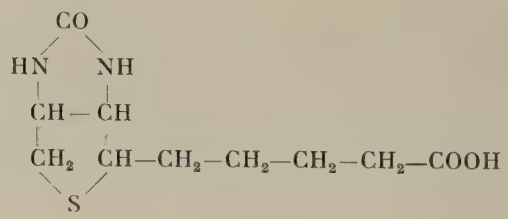
Methioninets betydelse ligger i att metylgruppen kan överföras på andra ämnen, vilka är förstadier (precursorer) till för organismen nödvändiga ämnen av bl. a. hormonkaraktär såsom adrenalin och acetylcholin. Även cholin — β-(trimetylamino)-etanol — har »rörliga» metylgrupper. Metylgruppernas vandring studerades av du Vigneaud och hans medarbetare med isotopteknik. Transmetyleringsprocesserna är till sin natur mycket komplicerade och ännu ofullständigt kända. Våra kunskaper på detta fysiologiskt viktiga område är huvudsakligen grundade på du Vigneauds arbeten under 1930-talet.

I samband med undersökningarna av de svavelhaltiga aminosyrorna utarbetade du Vigneaud och medarbetare värdefulla syntesmetoder för dessa syror och mera komplicerade derivat. En cysteinhaltig s. k. tripeptid glutathion hade renframställts från en mångfald organextrakt. Dess universella utbredning antydde, att ämnet måste spela en väsentlig roll i något fysiologiskt sammanhang. Man gissade på cellandningen. Du Vigneaud syntetiserade glutathion genom successiv sammanfogning av de tre aminosyrorna glutaminsyra, cystein och glycin. Vissa reaktiva grupper måste »blockeras», medan andra lämpligt belägna reaktiva grupper måste införas. Du Vigneaud utarbetade lämpliga metoder för behandling av cystein-cystin-derivat, som senare kom till användning vid syntes av peptidhormonerna vasopressin och oxytocin. Med flytande ammoniak som reaktionsmedium infördes alkylgrupper och bensylgrupper. Reduktion företages elegant med kvantitativa utbyten med metalliskt natrium i ammoniak. När alla önskade reaktioner utförts, avdunstas ammoniaken.

Strax före andra världskriget hade biokemisternas intresse riktats mot ett nytt vattenlösligt vitamin (ett »B-vitamin»), som visat sig vara en nödvändig tillväxtfaktor för många organismer. Kögl i Holland visade att äggula innehåller en substans som stimulerar tillväxten av jäst. Han kallade ämnet biotin. Ungefär samtidigt fann ungraren P. György, att lever innehåller en faktor som botar en viss artificiellt framkallad bristsjukdom hos råttor. Ämnet kallades vitamin H. I ärtväxternas rötter återfinnes ofta i rotknölarna eller nodulerna bakterier (Rhizobium), som kan binda luftens kväve. Dessa bakterier kräver ett ämne som kallats coenzym R. Du Vigneaud visade att det rörde sig om en och samma substans.

Biotin förekommer i ytterst små mängder i naturen. I ett ton torr lever, den rikligaste biotinkällan, finns cirka 2 gram. Då framställningen sker i många steg, blir förlusterna betydande. En fullständig karakterisering av biotin blir därför ytterligt svår. 1936 renframställde Kögl biotin från äggula. Ett år senare publicerade han bruttoformeln, som 1941 av du Vigneaud visades vara identisk med den ur lever framställda vitamin H. Såväl Kögl som du Vigneaud arbetade under kriget med bestämningen av biotinets struktur. Båda fann att biotinet har en bicyklisk struktur med svavel ingående i ena ringen och två kväveatomer i den andra. Däremot överensstämde ej den till svavelhaltiga ringen bundna sidokedjan. Numera är det ställt utom allt tvivel, att du Vigneauds formel är den korrekta. Med ledning av du Vigneauds strukturformel har andra forskare syntetiserat biotin med skilda metoder och erhållit med den naturliga produkten identiskt biotin. För några år sedan kostade ett gram biotin tusentals kronor, nu kan ett gram syntetiskt biotin erhållas för några få tiotal kronor. Tillsatser på några få nanogram (millimikrogram=10^{-9} gram) är ofta tillräckligt för bakterieodlingar.

Biotin.



Bakom den till synes enkla formeln ligger skickligt och tålamodsprövande »detektivarbete». Ringsystemet är unikt i naturen.

Penicillin är exempel på ett annat ämne med ett märkligt ringsystem. Detta ämnes karakteristiska bicykliska struktur är till skillnad

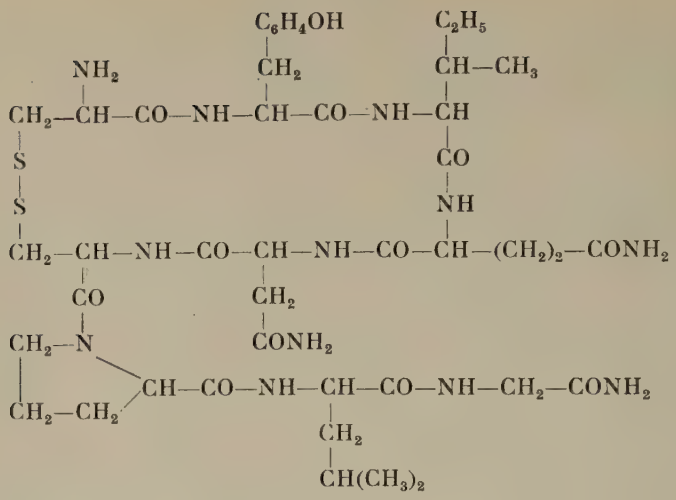
från biotinets mycket labilt. Ännu har inte en billig syntesväg kunnat utarbetas, men du Vigneaud har syntetiserat derivat av penicillin och penicillinliknande ämnen. Vid ett tillfälle har han erhållit det vanliga penicillinet — penicillin G — som biprodukt.

Samtidigt med ovan nämnda arbeten har du Vigneaud tillsammans med andra medarbetare ägnat hormonerna vasopressin och oxytocin sin uppmärksamhet. Redan i slutet av förra seklet visste man, att hypofysens baklob var säte för ämnen av hormonal karaktär. Ännu 1933, då du Vigneaud började intressera sig för dessa ämnen, hade inget rent hormon isolerats från baklobsextrakt, men man visste att det rörde sig om relativt lågmolekylära substanser, ty placerades extrakt i en dialyssäck, passerade aktiviteten membranen och återfanns i dialysatet. Vissa reaktioner tydde på att det var fråga om svavelhaltigt peptidmaterial.

Baklobsextrakt åstadkommer en flerfaldig effekt: 1) antidiuretisk verkan, dvs. minskning av bildad urinmängd, 2) pressor-effekt, dvs. ökning av blodtrycket, 3) stimulering av livmoderns kontraktioner vid förlossningar och 4) tömning av mjölkkörtlarna på digivande djur och ammande kvinnor.

Du Vigneaud och andra försökte under 15 år koncentrera dessa hormoner. Man fann att effekterna 1) och 2) ovan följdes åt vid reningsprocedurerna, och man tillskrev ett ämne vasopressin dessa egenskaper. Effekterna 3) och 4) följdes åt och motsvarande hormon fick namnet oxytocin. Inte förrän 1949 lyckades Livermore och du Vigneaud framställa rent oxytocin. Strax därefter erhölls även vasopressin i ren form. Endast tack vare effektiva och eleganta reningsförfaranden, utvecklade under och efter kriget, var denna bedrift möjlig. När väl substanserna var isolerade i tillräcklig mängd (något 100-tal milligram), kunde molekylvikten och slutligen den kemiska strukturen bestämmas på relativt kort tid. Oxytocin och vasopressin visade sig vara likartat byggda cykliska octapeptider (bestående av 8 aminosyrefragment, varvid cystinstrukturen räknas som *en* aminosyrerest).

Oxytocin isolerat från svin har identiskt samma sammansättning som motsvarande hormon isolerat från nötkreatur, medan vasopressin från de båda djurslagen märkligt nog skiljer sig ifråga om ena aminosyreresten i den långa sidokedjan (motsvarande den i oxytocinets formel). Du Vigneaud har även syntetiserat oxytocin genom att sammanfoga aminosyror till peptider utgörande »fragment» i ovan återgivna formel. Fragmenten kopplades samman, och sist slöts ringen vid svavelatomerna med luftoxidation. Som tidigare omtalats använde du Vigneaud vid denna syntes metoder, som han utarbetat för cirka



Oxytocin.

20 år sedan. Dessutom tvingades han att i vissa steg gå nya vägar. Karakteristiskt för dessa syntesarbeten är även den skicklighet han visat i urval bland den mångfald moderna metoder för peptidsynteser som nu är tillgängliga. Den syntetiserade produkten är i alla avseenden identisk med det naturliga oxytocinet. En glänsande bekräftelse av den av du Vigneaud och av andra föreslagna strukturen för hormonet oxytocin har erhållits genom denna syntes. För första gången har ett med proteinerna besläktat ämne med hormonverkan syntetiserats. Ett otvetydigt bevis har erhållits för att en substans uteslutande uppbyggd av aminosyror kan i oerhörda utspädningar utlösa starka reaktioner hos människor och djur. Vasopressin är verksamt under vissa betingelser i en mängd av 10 picogram (0,000 000 000 01 gram!). Du Vigneaud har nu även syntetiserat vasopressin men den officiella redovisningen föreligger ännu inte.

Professor du Vigneaud, född 1901, fick sin utbildning vid University of Illinois, där han 1927 erhöll sin doktorsgrad. Han vistades därefter på skilda platser i USA, Tyskland och England, varefter han erhöll professur i biokemi vid George Washington University. 1938 blev han professor vid Cornell University.

Lärobok i matematik

för realgymnasiets

biologiska gren

Fredrik Ehrnst

MATEMATIK för Rb

En ny lärobok som tillkommit med tanke på att de nya kursplanerna för gymnasiet ibland medfört att de olika kursmomenten måste hopplockas från olika böcker. Läroboken är direkt avpassad för realgymnasiets biologiska gren och innehåller alltså analytisk geometri och rymdgeometri, funktionslära och grunderna för matematisk statistik.
Boken är illustrerad med ett stort antal figurer.

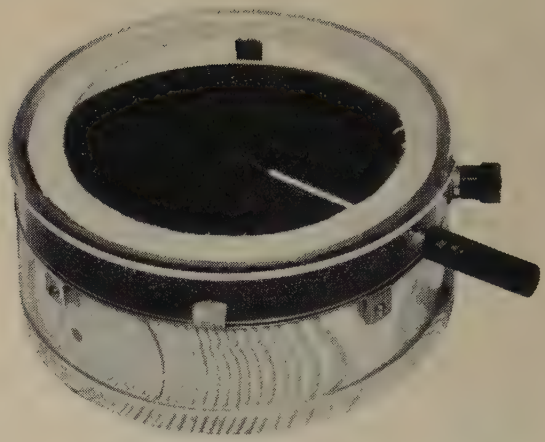
9: 50

Lärarrabatt vid direkt rekv. från förlaget

ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758

AWE



NORSTEDTS
KONTINUERLIGA DIMKAMMARE

Placeras ett radioaktivt preparat i luft med lämplig fuktighetshalt kan de utsända alfapartiklarnas banor bli synliga som dimspår. Att framställa denna luft har tidigare varit ett problem, men med Norstedts dimkammare kyler man bara undre delen med kolsyreis eller kolsyresnö och fuktar den övre delen med sprit och vatten. Sedan fungerar apparaten så länge det finns kolsyreis kvar och försöket blir både åskådligt och instruktivt.

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

Lilla Nygatan 13
23 29 70
Stockholm

Parkgatan 19
13 92 93
Göteborg

Hamngatan 4
97 70 90
Malmö

Hugo Theorell vid Kemistsamfundets Berzeliusdagar i jan. 1956

Nobelpriset i fysiologi och medicin 1955 till Hugo Theorell

Tidigare nobelpristagare i fysiologi och medicin ha inte uppmärk-
ammats i denna tidskrift, emedan ämnena för deras forskningar
egat utanför Elementas egentliga intressesfär. Men med 1955 års
obelpris har belönats arbeten och upptäckter, som äro så väsentligt
kemiska eller rättare biokemiska, att det skulle vara en försummelse
tt förbigå dem, så mycket mer som pristagaren är en svensk
orskare. I detta nummer skall pristagaren endast presenteras genom
ågra biografiska data, i ett senare skall inflyta en redogörelse för
le belönade arbetena av professor Theorells egen hand.

Hugo Theorell är född 1903 i Linköping, där han också gick i läro-
erk, som han själv säger: »en sentida skolkamrat med J. J. Berzelius».
En snabb utbildningstid vid Karolinska Institutet avslutades redan
930 med disputation och docentur i fysiologisk kemi. Sju år senare
öljde, efter två års studier som Rockefellerstipendiat i Berlin, ut-
ämningen till professor och föreståndare för det medicinska Nobel-
nstitutets biokemiska avdelning. Theorell är enzymkemist och som
ådan banbrytande genom sina arbeten över det gula enzymet, cyto-
rom c, alkoholhydrogenaser, häminproteider, peroxidaser och kata-
aser, arbeten, för vilka Elementas läsare, som nämnt, kunna emotse
len mest sakkunniga redogörelse.

G. Starck

Vårt dekadiska positionssystem och nollan

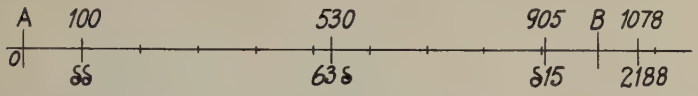
Av rektor Hjalmar Olson, Djursholm

Med *positionssystem* inom aritmetiken avses att med hjälp endast av ett visst antal tecken, s. k. *siffror*, uttrycka alla hela positiva tal, varvid en siffras värde bestämmes dels av dess egenvärde, dels av dess ställning, *position*, i talet. I vårt *dekadiska* positionssystem utgöras siffrorna av de 10 tecknen 1, 2, ..., 8, 9, 0. I detta system indelas de hela talen i grupper med ett antal i varje grupp, som är en dignitet av talet 10 (vars namn på grekiska är *deka*). Så omfattar den första 10-talsgruppen de första hela talen 1—10; 10 sådana grupper, dvs. de 10^2 första hela talen, bilda den första 100-talsgruppen osv. En siffra a i ett tal på n:e platsen från höger räknat har värdet $a \cdot 10^{n-1}$, och talets värde är *summan* av alla siffrornas värden. Så t. ex. betyder talet 82034 summan av 8 tiotusental, 2 tusental, 0 hundratal, 3 tiotal och 4 enheter.

Vårt positionssystem har betraktats som en av kulturens viktigaste uppfinningar. Så t. ex. säger KRONECKER därom: »... Denna människoandens underbart enkla skapelse, vars inflytande på hela den västerländska kulturen icke kan skattas nog högt ...». Man kan emellertid ej neka till att nollan ur en viss synpunkt uppträder störande i vårt talsystem. I den första tiotalsgruppen äro talen ensiffriga utom den sista, som med nollans hjälp är tvåsiffrig. I de följande tiotalsgrupperna, den andra t. o. m. den nionde, äro fullt enhetligt samtliga tal tvåsiffriga, medan den tionde gruppen erbjuder en liknande inkonsekvens som den första med 9 tvåsiffriga och 1 tresiffrigt tal. Samma gäller de följande talgruppernas talbeteckningar. Anordningen är nödvändig för att hos ett tal med dess egenskap av en summa markera en fullbordad talgrupp.

Då det har sagts om positionssystemet, att »den väsentliga förutsättningen för denna metod att skriva tal är att en beteckning för noll uppfanns», är detta emellertid riktigt ej på grund av systemets positionsegenskap utan emedan nollan gör det möjligt att uttrycka vilket helt positivt tal som helst såsom en i det föregående beskriven summa. Man skulle nämligen kunna tänka sig ett positionssystem, där ett tals beteckning gåve uttryck åt någon annan väsentlig egenskap hos talet än egenskapen av en summa, varigenom 0 ej behövde ingå bland siffrorna. Vi vilja som exempel härpå ange ett dekadiskt positionssystem, där ett tals siffror ha till uppgift att ange talets *plats på tallinjen*. Vi benämna i fortsättningen detta system Locussystemet, L, medan vårt gällande positionssystem benämnes Summasystemet, S.

I skola vi använda utom de vanliga tecknen 1, 2, ..., 8, 9 ett särskilt ecken för talet tio, nämligen δ (begynnelsebokstaven i deka), således nalles tio siffror. I figuren äro på tallinjen markerade några hela tal, ngivna i S ovanför linjen och i L nedanför. Så t. ex. är talet 905 i S let tionde hundratalets första tiotals femte enhet, och vi teckna det ärför i L δ15. Talet 1078 i S tecknas efter samma princip 2188 i L. ambandet mellan ett tals siffror i de båda systemen är tydligen



nycket enkelt: Nollor i slutet av talet ändras till δ; av övriga siffror örblir den längst till höger oförändrad, medan de andra ökas med 1. iffran 1 i början av ett helt tal i L behöver i allmänhet ej utsättas, iksom siffran 0 i S.

På detta sätt kan med hjälp av de tio siffrorna 1, 2, ..., δ alla ela positiva tal tecknas. För att teckna övriga rationella tal införes iksom i S ytterligare tecken: decimalkomma, 0, minustecken och bråkstreck. Decimalbråk definieras på samma sätt i de båda systemen:

S:	L:
$7906 : 100 = 679{,}06$	$78\delta16 : \delta\delta = 78\delta{,}16$
$40 : 10^6 = 0000740 : 10^6 = 0{,}000740 =$ $= 0{,}00074$	$84\delta : \delta^6 = 1111184\delta : \delta^6 = 1{,}111184\delta =$ $= 1{,}11184$
$2{,}63 \cdot 10^5 = 72{,}63000 \cdot 10^5 = 7263000$	$83{,}73 \cdot \delta^5 = 83{,}73\delta\delta\delta \cdot \delta^5 = 8373\delta\delta\delta$

Liksom 0 i S behöver i allmänhet ej δ i L utsättas i slutet av ecimalbråk. De fyra räknesätten utföras i L efter samma principer om i S med vederbörlig hänsyn till siffrornas platsbetydelse på talinjen. Här utföres i L-systemet en räkning för förvandling av ett eriodiskt decimalbråk till vanligt bråk:

$$1{,}17348348348\ldots = \frac{6}{\delta\delta} + \frac{1{,}11347}{\underbrace{1-1{,}111}_{1{,}\delta\delta9}} = \frac{6}{\delta\delta} + \frac{3{,}47}{\delta\delta9} = \frac{6\delta\delta4+347}{\delta\delta9\delta\delta} = \frac{7341}{\delta\delta9\delta\delta} = \frac{3187}{443\delta\delta}$$

Av intresse är att konstatera, att i L är

$$1{,}111\ldots = 0$$

$$1{,}222\ldots = \frac{1}{9}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$1{,}999\ldots = \frac{8}{9}$$

$$1{,}\delta\delta\delta\ldots = 1$$

En annan intressant jämförelse mellan de båda systemen är, att t. ex.

S: $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ L: $\delta \cdot \delta \cdot \delta \cdot \delta = \delta\delta\delta\delta$

De tre reglerna i S för ett tals delbarhet med resp. 3, 9 och 11 gälla även i L med den modifikationen, att antalet siffror skall vara resp. $3n+1$, $9n+1$ och $2n+1$, vilket, om det behövs, åstadkommes genom tillfogande av lämpligt antal ettor framför talet.

Det förekommer ibland (kanske vanligare i andra språk än i vårt), att man ger uttryck för ett tals locus. Man talar t. ex. om, att vi nu leva i *tjugonde seklet*, eller att en person, som fyller sjuttio år, ingår i sitt *åttonde decennium*. Innevarande år i L är 2δ66, dvs. vi leva i det andra årtusendets tionde sekels sjätte decenniums sjätte år. En person, som nu fyller 7δ år, fyller om ett år 81 år dvs. sitt åttonde decenniums första år.

Man kan fråga sig vilket av de båda systemen är fördelaktigast. Om svaret blir S, *kan* det vara samma skäl, som en kines har, för att svara på frågan, vilket språk han tycker är enklast. Om ett tankesubjekt, som för första gången ställes inför de båda systemens principer, har att göra ett val, är det ej säkert, att det faller på S. Här är naturligtvis ej avsikten att på något sätt plädera för utbytande av S mot L, ett utbyte, som vore praktiskt ogörligt. Med denna exposé avses endast att påvisa, att nollan ej är absolut nödvändig för ett användbart positionssystems uppbyggande.

Apparat för att visa ytspänning och optisk interferens

Av läroverksadjunkt Einar Wettervik, Stockholm

En låda av dimensionerna 15 cm×15 cm×15 cm förfärdigas av trä men med framsidan och gärna även översidan av glas. Översidan bör kunna avlyftas.

På lådans botten ställes en kristallisationsskål med diametern 10—12 cm och höjden 3—4 cm. I skålen hälles vatten, försatt med något diskmedel (»Sampo» t. ex. kan rekommenderas). I denna lösning skall en cirkulär koppartrådsögla av 5 cm diameter bekvämt kunna svängas ned i vågrät ställning och därefter svängas upp 225°, så att den bildade hinnan i öglan lutar 45° och kan observeras genom någon av glasväggarna.

Öglan och den axel, med vilken öglan skall kunna svängas, synes iggande lös på lådan i fig. 1. Båda parter av den koppartråd, som

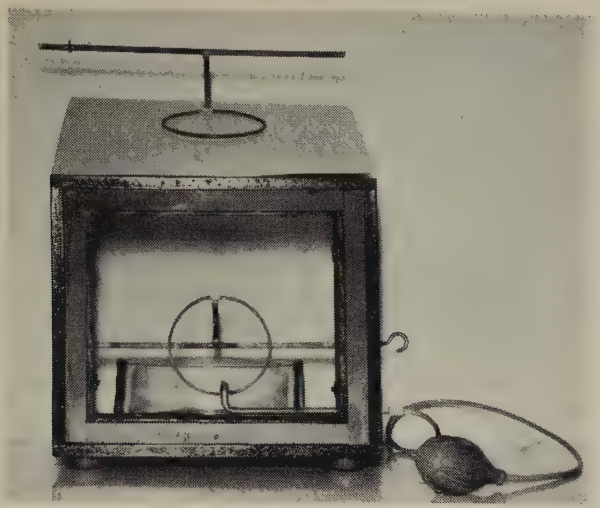


Fig. 1.

ildar öglan, fortsätta, sammanlödda, såsom ett skaft av ett par cm ängd. Detta skaft böjes på lämpligt sätt och fastlödes mitt på svänghingsaxeln, en gardinspiral (ett billigt och *böjbart* material) av 18 cm ängd. Axeln skall anbringas horisontellt och skall sticka ut ågra mm genom ett hål i ena sidoväggen, betydligt mera genom len andra, och sättas på lagom höjd, vilken bäst utprovas över skålen tan låda, innan axeln insättes i lådan. För att få öglan att stanna i let 2:a läget kan man på axeln intill ena sidoväggen löda fast ett itet stift, som får stöda mot ett annat, horisontellt stift, insatt på nsidan av denna sidovägg.

Apparaten medger studium av hinnan i lugn och ro. Hinnan håller ämligen i åtskilliga minuter, vilket beror på att luften i det slutna ummet är mättad med fuktighet och att varje strömning i luften r utesluten.

Granskar man hinnan i påfallande, diffust ljus, finner man, att nterferens mellan vid främre och bakre ytan reflekterat ljus ger pphov till horisontella färgband. Ovanför en viss, på fig. 2 med A etecknad gräns (som på grund av vätskans nedåtgående förskjuting flyttar sig nedåt) är hinnan för tunn för att medgiva inter-

ferens ($<\frac{1}{4}\lambda$ eller $\approx 10^{-4}$ mm); nedom A synas parallella spektralband (violett ovanför tillhörande rött). Deras bredd avtar nedåt, beroende på hinnans allt kraftigare ökande tjocklek, med stark överdrift återgiven på figuren. Vid B upphör den ordnade interferensen. Vissa strömningsfenomen kunna iakttagas vid kanterna och i mitten, följder av vätskans tyngd.

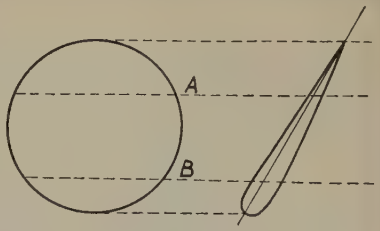


Fig. 2. Öglan med vätskehinna.

Förfärdigar man även en annan axel på samma sätt med en cirkulär ögla, vari en slak sytråd förenar två motsatta punkter, kan man alternativt insätta denna insats och bekvämt göra det lärorika och ofta anförda försöket, där hinnan förstöres på ena sidan av tråden, så att ytspänningen sträcker tråden mot den andra. Hinnan torde bäst sprängas genom att luft blåses mot den genom ett klent glasrör, som inpassats i ett hål i ena sidoväggen och riktats horisontellt men i inre änden är vinkelrätt böjt och utdraget till en spets. Luftströmmen åstadkommes allra bäst genom en ansluten sprayer (den vid daggpunktsbestämning ofta brukliga t. ex.) och kan riktas mot olika delar av hinnan, då röret dras inåt eller utåt eller vrides. På fig. 1 synes såväl en på sin plats insatt ögla med axel för detta försök som även rör och sprayer.

Det kanske bör påpekas, att fördelen med axlar av gardinspiral ligger i att de lätt kunna böjas men dock ha en viss styvhet, som medger, att de kunna insättas och uttagas fort. Skålen kan behöva hållas på rätt plats med några på lådans botten fästa klossar. Ett gott sätt att insätta glasrutorna är att använda skumgummiremsor som packning. Om vätskan, när öglan ställes i observationsläge, ej droppar tillbaka i skålen, kan man på lådans botten fästa en lämpligt krökt koppartråd, som leder dropparna in över skålens kant. Denna tråd kan då även ersätta den ovan nämnda spärranordningen för detta läge. Koppartrådsöglan bör ej få stå nedsänkt i lösningen, när apparaten ställes undan; däremot kan vattnet saklöst få avdunsta, så att endast vatten behöver ihållas, när apparaten nästa gång skall användas.

Apparaten har tre förtjänster:

1. Den är avsedd för två olika undervisningsmoment.
2. Den kan visas för ett par lärjungar i sänder på mycket kort tid.
3. Den torde icke kunna råka i olag utan direkt åverkan och kräver ingen annan förberedelse av läraren än nyssnämnda påfyllning av vatten.

Gittermodell till fältelektronmikroskopet

Av fil. dr Birger Bäcklund, Norrköping

Erwin Müllers fältelektronmikroskop (FEM) har tidigare ingående beskrivits av lektor Eve Staffansson i denna tidskrift.[1] Var och en, som haft tillfälle att med detta instrument anordna förevisningar med »levande bilder» ur atomernas värld, kan nog instämma i att undervisningen här fått ett synnerligen intresseväckande hjälpmedel. Det är utan tvekan en upplevelse att se värmerörelsen åskådliggjord genom enstaka bariumatomers platsväxling på katodspetsen, att se vilken mäktig stegring av värmerörelsen som blir följden, när katoden upphettas. Också förångning, kondensation och adsorption låter sig verkningsfullt demonstreras med enstaka bariumatomer. — Beträffande avbildningen av större molekyler, t. ex. ftalocyaninkopparns, se tilllägget å sid. 21.

De bilder av atomer eller molekyler, som framträder på FEM:s bildskärm, har i allmänhet en diameter av någon millimeter och måste alltså beskådas på nära håll, om man inte förfogar över särskild projektionsutrustning. Under alla omständigheter fångas åskådarnas intresse i första hand av det mycket tydliga mönster (fig. 4), som FEM visar i »tomgång» och som betingas av att elektronemissionen från volframspetsen är undertryckt i vissa kristallografiska riktningar, där den energi, som fordras för frigörelsen, är särskilt stor. Bilden påverkas dessutom något av ett gasadsorptionsskikt på kristallytan. Att med enbart ord och skisser tolka emissionsbildens utseende för en publik, som inte är alldeles hemvan vid elementarceller, kristallplan och millerindex, ställer sig ganska svårt. Bättre kan det gå, om man har en rymdmodell av volframgittret tillgänglig, men även då behövs ganska många ord.

För att gå ytterligare ett steg på åskådningsundervisningens väg har förf. monterat en gittermodell av volframkristallen med origohörnet i centrum av en större rundkolv, som ställts upp vid sidan av FEM.

Själva gittermodellen (fig. 1) tillverkades på följande sätt. 10 st raka 1 mm metalltrådar samlades till ett knippe, vars ena ända — det blivande origohörnet — hoplöddes. En tråd i mitten av knippet fick orubbad bilda [111]-riktningen (normalriktningen till [111]-planet), och de övriga

[1] Elementa *35* (1952) s. 101—117. — En översiktsartikel av E. Müller, »Feldemission», finnes i Ergebnisse d. exakt. Naturwiss. XXVII (1953), S. 290—360.

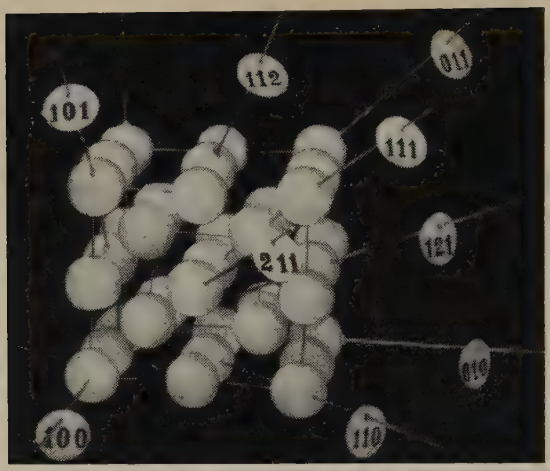


Fig. 1. Den färdiga volframgittermodellen före inbyggandet i kolven. Millerindex har angivits för de normalriktningar som har betydelse för uppkomsten av den vanligaste emissionsbilden.

böjdes ut i resp. riktningar omkring denna tråd. Så påträddes 20 volframatomer[2] så att centrumavståndet mellan dem blev 3 cm i den bildade kubens kantlinjer. De 15 resterande atomerna anbragtes sedan med hjälp av enkla eller head-to-head sammanlödda knappnålar på sina platser i det kubiskt-rymdcentrerade gittret, som skulle innehålla 8 elementarceller. Den färdiga gittermodellen placerades sedan i en 4-liters rundkolv (kunde gärna ha varit en 5-liters) med [110]-riktningen mot centrum av kolvens botten.

Elegantast hade givetvis varit att på sjömansmaner resa gittermodellen i en möjligast smalhalsad kolv, men av bekvämlighetsskäl föredrog förf. att spränga bulben i ett plan vinkelrätt mot kolvhalsen (diamantrits+elektriskt uppvärmd trådslinga). Sedan gittermodellen fixerats i rätt läge (ett par av metalltrådarna fick gå ut genom fina borrhål i glasväggen, medan de andra trådarnas längder justerades så att de just nådde fram till kolvens insida), sammanfogades bulben med en smal taperemsa. På utsidan av kolven anbragtes, där riktningstrådarna kom fram, »muscher», som utskurits med korkborr ur svart isolerband. På detta sätt erhölls övre halvan av bildfältet; den undre markerades symmetriskt. Fig. 2 visar kolven från sidan, fig. 3 visar anordningen en face, och man kan genom jämförelse med fig. 4 se, att överensstämmelsen i mönstret är god,

[2] Cellulosavaddkulor, diam. ca 16 mm., från firman Stiko, Stockholm.

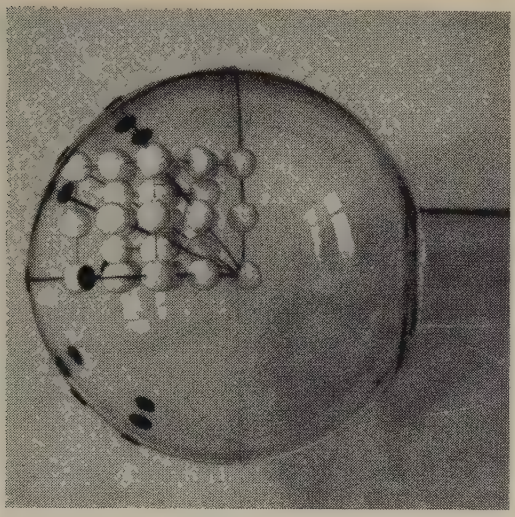


Fig. 2. Rundkolven med inbyggd gittermodell; sedd från sidan.

även om på grund av fältfördelningen den äkta bildens ytterområden blivit något komprimerade. På FEM:s bildskärm framträder vidare oftast ljusa i stället för mörka fläckar i [111]- och [11$\bar{1}$]-riktningarna, vilket torde bero på att elektronemissionen på grund av särskilda adsorptionsförhållanden är ökad i dessa riktningar.

Med den nu beskrivna modellen tillgänglig är det lätt att förklara mönstret på FEM:s bildskärm. Samtidigt får åskådarna på köpet en föreställning om hur metallers kristaller kan vara byggda, ett område som kanske blivit något försummat i undervisningen.

Tillägg om avbildningen av organiska molekyler

Den tidigare hävdade åsikten, att man i nuvarande typer av FEM kan få se *verklighetstrogna* bilder av större molekyler — den organiske kemistens önskedröm — synes vara ohållbar. Enligt P. Wolf (Zeitschr. f. angew. Physik *6* (1954), s. 529—535), som undersökt FEM-bilderna av att 50-tal substanser, erhålles fyrklöverformade skärmbilder icke blott av ftalocyaninkoppar, hemin och klorofyll, utan dessvärre också av andra substanser, t. ex. bensantron, där strukturformeln på intet sätt motiverar klöverbilden eller ens en kvadratisk grundform. Över huvud taget är variationen i skärmbildernas utseende inte stor; utom de fyrdelade bilderna förekommer mest tvådelade bilder samt cirkulära bilder, punkter och ringar. Wolf antager, att de flesta molekyler

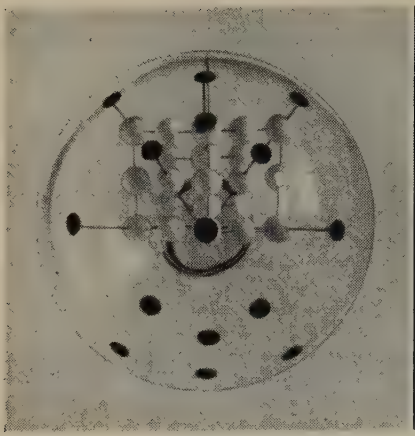


Fig. 3. Rundkolvens botten en face. Centrum markeras av [110]-riktningen.

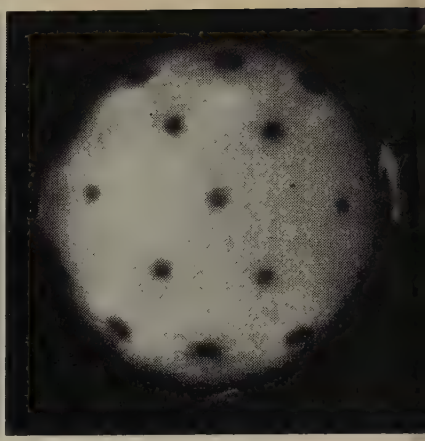


Fig. 4. Emissionsbild på FEM:s bildskärm. Katodspetsen = volframkristallkalotten har ett adsorptionsskikt av gasmolekyler, vilket utbildas så snart man slutat upphetta katodspetsen.

på grund av sin polariserbarhet adsorberas på sådana områden av volframkalotten, där fältstyrkan är särskilt stor, ofta ovanpå redan adsorberade gasmolekyler. En lång kedjemolekyl, t. ex. av palmitinsyra, blir då radiellt orienterad, och kolatomerna med udda och jämnt nummer tänkes spruta ut elektronstrålknippen på var sin sida om den sick-sackformade kolkedjan, vilket bör resultera i en tvådelad bild på skärmen. Fyrklöverbilderna, som tycks förekomma vid substanser med någorlunda stor, skivformad molekyl, anses av Wolf härröra från på kant stående tvillingmolekyler, som tillsammans utsänder fyra elektronstrålknippen. När — vilket ofta sker — en fyrklöverbild plötsligt förvandlas till en tvådelad bild, kan detta bero på att den ena tvillingkomponenten lossnar eller ändrar läge. Om molekylerna roterar, kan den två- eller fyrdelade bilden tydligen förvandlas till en ringformig bild.

Den av Wolf givna förklaringen till FEM-bildernas uppkomst torde väl komma att bli föremål för ytterligare undersökningar. Under alla förhållanden blir det intressant att se, om icke någon kommande utvecklingsform av fältelektron- eller kanske fotoelektronmikroskopet kan förmå ge verkliga avbildningar av molekyler. Att redan den nuvarande typen av FEM *indikerar* enstaka atomer och molekyler på bildskärmen torde vara ostridigt.

Analytisk geometri och funktionslära på gymnasiet

av lektor Lennart Sandgren, Malmö

Med stort intresse har man avvaktat resultatet av de omarbetningar av gymnasielärоböckerna i funktionslära och analytisk geometri, som måste bli en följd av de nya kursplanerna, liksom man med en viss förväntan sett fram mot den nya lärobok, som sedan några år varit under utarbetande av undervisningsrådet Sjöstedt och lektor Thörnqvist. I denna artikel skall granskas Hedström-Rendahl-Ekbom-Hilding, Funktionslära och analytisk geometri, Nyström-Olson, Funktionslära och analytisk geometri, Sjöstedt-Thörnqvist, Analytisk geometri samt Sjöstedt-Thörnqvist, Funktionslära, samtliga för matematiska grenen.[1] I anslutning härtill kommer att framföras några allmänna synpunkter på uppläggningen av vissa kursavsnitt. För korthetens skull användes i fortsättningen beteckningarna HR, NO, STa resp. STf för ovannämnda böcker.

De nya kursplanerna och metodiska anvisningarna har medfört en betydande och mycket värdefull förstärkning av funktionslärans ställning bl. a. genom tillkomsten av ett par nya viktiga moment men kanske framförallt genom de krav på en omsorgsfullare genomgång av de grundläggande begreppen som ställes. Kursen i analytisk geometri företer däremot inga större förändringar. Den osymmetriska behandlingen av räta linjen, där begreppet riktningskoefficient intar en central ställning, bibehålles; den enda väsentliga nyheten är att även snedvinkligt koordinatsystem skall genomgås. Härigenom aktualiseras en omgruppering av stoffet i den inledande del av kursen, som omfattar punkten och räta linjen, förslagsvis på följande sätt:

Sedan koordinatsystemet införts, beräknas först endast avståndet mellan två punkter, som ligger på en rät linje parallell med någon av koordinataxlarna, varefter de satser och formler genomgås, som är giltiga i ett godtyckligt parallellkoordinatsystem, t. ex. i följande ordning: *metoden* för bestämning av koordinaterna för en punkt, som delar en sträcka i ett visst förhållande (speciellt formeln för en sträckas

[1] Hedström/Rendahl/Ekbom/Hilding, Funktionslära och analytisk geometri. Andra uppl., Sv. Bokförlaget/Bonniers, 1955, 211 s., kr. 10: 50; Nyström/Olson, Funktionslära och analytisk geometri. Femte uppl., Sv. Bokförlaget/Norstedt, 1955, 222 s., kart. kr. 7: 60; Sjöstedt/Thörnqvist, Funktionslära. Natur & Kultur 1955, 206 s., kr. 9: 15 samt Analytisk geometri. N. & K. 1955, 148 s., kr. 6: 45.

mittpunkt och en triangels tyngdpunkt); ytan av en triangel; en rät linjes riktningskoefficient *definieras* genom $k=(y_1-y_2)/(x_1-x_2)$; ekvationen för en rät linje (allmänna formen, enpunktsformen, tvåpunktsformen, riktningskoefficientformen, interceptformen; ordningsföljden mellan dessa former är i viss mån en smaksak, det principiellt viktigaste är att en rät linje har en ekvation av första graden och att varje förstagradsekvation betyder en rät linje); några enkla koordinattransformationer. — Därefter genomgås de satser och formler, för vilka det är väsentligt att koordinatsystemet är rätvinkligt: avståndsformeln; sambandet mellan riktningskoefficienterna för vinkelräta linjer; definition av en rät linjes riktningsvinkel; vinkeln mellan två godtyckliga räta linjer; avståndet från en punkt till en rät linje och räta linjens normalform. — Det torde vara pedagogiskt likgiltigt om man startar med ett godtyckligt parallellkoordinatsystem eller från början endast inför det rätvinkliga koordinatsystemet och senare introducerar det snedvinkliga systemet.

De matematiska skälen för ovanstående anordning av stoffet ger sig själva. Här skall bara framhållas att, som t. ex. sker i HR, riktningsvinkeln för en rät linje bör införas först när vinkeln mellan linjer skall bestämmas och att den bara orsakar komplikationer, om den införes på ett tidigare stadium. Vissa pedagogiska fördelar vinnes också, så minskas t. ex. risken för att vid vissa problem olämpliga lösningsmetoder kommer till användning. Det är slutligen uppenbart, att eleverna får mycket lättare att inse, när det är fördelaktigt att använda ett allmänt parallellkoordinatsystem.

I HR har framställningen av punkten och räta linjen väsentligt omarbetats och har nu många drag gemensamma med den ovan skisserade. Den betydelsefullaste avvikelsen är att HR börjar med avståndsformeln. I övrigt är behandlingen av punkten och räta linjen i många avseende överlägsen andra svenska gymnasieböckers. Särskilt skall framhållas den första härledningen av avståndet från en punkt till en rät linje. Med någon liten komplettering kunde på detta sätt erhållits en fullständig och synnerligen tilltalande framställning av räta linjens normalform. Tyvärr tar förf. av någon oförståelig anledning upp normalformen på nytt i samband med cirkeln, varvid levereras en mycket tråkigare härledning, som dessutom är försedd med helt onödiga teckenkonventioner.

Momenten om punkten och räta linjen är i den nya upplagan av NO i stort sett oförändrade. Avsnittet om räta linjens normalform har emellertid omarbetats och teckenkonventionen ändrats, men den finns alltså fortfarande kvar. Att härigenom, som antydes i bokens förord, framställningen skulle blivit mera i överensstämmelse med den som meddelas vid högskolorna är väl knappast riktigt. I de läroböcker,

som huvudsakligen användes vid de svenska högskolorna, lägges ingen som helst vikt vid vilket tecken som väljes, när en rät linjes ekvation skrives under normalform. Varje rät linje har alltså *två* normalformer, som endast skiljer sig på tecknet. Vilken man väljer är oftast likgiltigt, men ibland är det fördelaktigt att få välja.

I STa har de nu diskuterade kursavsnitten i många detaljer givits en klar och överskådlig form, men man hade gärna sett ett något modernare betraktelsesätt, t. ex. efter de ovan antydda principerna. Ibland tynges framställningen av onödiga konventioner. Att från början införa en bestämd positiv orientering på varje rät linje och i samband därmed fastlägga riktningsvinkeln till intervallet 0°—180° är olämpligt. Det är i stället många gånger en fördel att få välja riktningsvinkeln i något annat intervall.

Andragradskurvornas teori kommer förmodligen att i det nya gymnasiet inta en mera undanskymd plats än hittills. Med hänsyn härtill hade det kanske varit önskvärt, att åtminstone någon gemensam synpunkt (t. ex. styrlinjeegenskapen) på de tre huvudtyperna fått en centralare plats än fallet är i de här behandlade läroböckerna, mot vilkas framställning i övrigt knappast några större anmärkningar kan framföras. Endast en detalj, som har samband med funktionsläran, skall här tas upp. I STa vill förf. med hjälp av den approximativa formeln $\sqrt{1+\delta}\approx 1+\frac{1}{2}\delta$ härleda ekvationerna för asymptoterna till hyperbeln. Då inte innehållet i ordet approximativt preciseras, dvs. det begångna felet uppskattas, blir härledningen illusorisk. Samma metod använd på den kurva som har ekvationen $y=\sqrt{x^4+2x^3-x^2}$ ger $y=x^2\sqrt{1+\frac{2}{x}-x^2}\approx x^2(1+\frac{1}{x})-x^2=x$ för stora x, dvs. man skulle förmoda att kurvan har asymptoten $y=x$, medan asymptoten i själva verket är $y=x-\frac{1}{2}$.

I fråga om behandlingen av den analytiska geometrin är det svårt att ge någon av böckerna HR, NO och STa avgörande företräde framför de andra. Förhållandet är ett helt annat, när det gäller framställningen av funktionsläran i HR, NO och STf. Detta framgår redan därav att det stoff som i HR och NO behandlas på 60 à 70 sidor i STf ges ungefär dubbla utrymmet. Det råder ingen tvekan om att tillkomsten av STf är en synnerligen betydelsefull händelse inom svensk skolmatematik. Detta motiverar att återstoden av denna artikel huvudsakligen sysslar med STf.

Redan i början av STf är greppet om ämnet ett helt annat än i tidigare svenska gymnasieböcker i funktionslära. Viktiga grundbegrepp som funktion och gränsvärde, vilka fortfarande i HR och NO avfärdas på ett par tre sidor, ägnas i STf en utförlig genomgång. Pedagogiskt är framställningen ofta mönstergill. Ett skickligt grepp är förf.:s

metod att genom ett stort antal genomräknade exempel belysa teorin. Antalet sakfel är litet, men det finns detaljer och även vissa avsnitt, där framställningen kan kritiseras.

Här skall i första hand diskuteras det moment som behandlar derivatans betydelse för en funktions växande och avtagande. Detta är kanske den svåraste men samtidigt viktigaste punkten vid genomgången av analysens grundbegrepp i skolan. En central roll spelar Sats 1: »Om $f'(x)>0$ för alla x i ett intervall så är funktionen $f(x)$ växande i intervallet». — I en sträng framställning bevisas denna sats vanligen med hjälp av medelvärdessatsen, som i sin tur går tillbaka på Rolles sats, för vars bevis fordras avancerade satser om kontinuerliga funktioner. Att genomgå detta fullständigt i skolan är givetvis uteslutet. En möjlighet är då att i skolan helt enkelt meddela sats 1 och t. ex. nöja sig med en geometrisk motivering.

Följande uppläggning, som väl är mera i överensstämmelse med de metodiska anvisningarnas intentioner och dessutom har den fördelen att den på ett åskådligt men ändå »analytiskt» sätt belyser samspelet mellan derivatans tecken och funktionens variation, kan också övervägas: Man visar att $f'(a)>0$ medför att $f(x)$ är växande för $x=a$. Härav följer sats 1, om man utan bevis accepterar Sats 2: »Om funktionen $f(x)$ är växande för varje x i ett intervall, så är $f(x)$ växande i intervallet». — Denna sats innehåller begreppen »växande i en punkt» och »växande i ett intervall», vilkas definitioner kort kan formuleras:

Funktionen $f(x)$ säges vara växande för $x=a$, om för alla x tillräckligt nära a gäller $f(x)>f(a)$, då $x>a$, och $f(x)<f(a)$, då $x<a$.

Funktionen $f(x)$ säges vara växande i ett intervall, om för alla a och b i intervallet, sådana att $a<b$, gäller $f(a)<f(b)$.

Om man inte observerar att detta är två olika »växandebegrepp», kan man lätt förledas att tro att sats 2 är självklar. I själva verket kan den inte bevisas strängt i skolan.

Hur ingående ovanstående skall behandlas i skolan beror givetvis på den enskilda klassens förutsättningar. Under alla omständigheter måste sats 1 (och motsvarande sats då $f'(x)<0$) meddelas och utförligt exemplifieras. Först därefter bör man enligt min åsikt ta upp problemet om maxima och minima.

Derivatans betydelse för en funktions växande och avtagande behandlas i STf i mom. 20, som börjar med begreppen växande i en punkt och avtagande i en punkt (avdelning I resp. II). Därefter går förf. emellertid direkt till fallet $f'(a)=0$ (avdelning III), varvid i diskussionen sats 1 användes utan att redovisas. Steget från växande i en punkt till växande i ett intervall tas alltså utan någon kommentar, trots att det naturligtvis användes också i det följande ständigt och jämt.

Några andra anmärkningar må göras i detta sammanhang. I avdelning III sid. 38 definieras också maximum och minimum. Tyvärr är formuleringen sådan, att man först på sid. 95 inser vilken definition förf. avser. På sid. 38 kan man lätt ledas till följande olämpliga definition: y säges ha maximum för $x=a$, om $f'(x)$ för $x=a$ har teckenväxlingen $+0-$. Det hade varit bättre om maximum och minimum definierats separat, varefter av I och II, sid. 38, *omedelbart* följer att $f'(a)=0$, om den deriverbara funktionen $f(x)$ har maximum eller minimum för $x=a$ (a i det inre av det betraktade intervallet). Detta *nödvändiga* villkor borde uttryckligen uttalats före de *tillräckliga* villkoren i III a och III b, sid. 38 (»regeln för första derivatans teckenväxling»). — Även om man förutsätter att $f'(x)$ existerar i närheten av $x=a$ (och inte är identiskt noll), vilket inte uttryckligen göres i II, sid. 38 och 39, så finns funktioner för vilka $f'(a)=0$ utan att $f'(x)$ för $x=a$ uppvisar någon av teckenväxlingarna $+0-$, $-0+$, $+0+$ och $-0-$ (t. ex. funktionen $f(x)=x^2 \sin\frac{1}{x}$ för $x\neq 0$, $f(0)=0$, i origo). Avsnittet II (jfr också NO sid. 44) borde därför formulerats annorlunda.

Några spridda detaljanmärkningar till STf: Mom. 1 innehåller endast oklara och onödiga begrepp och borde utelämnats. — Räknereglerna för gränsvärden användes ständigt och borde nämnts. — Att en deriverbar funktion är kontinuerlig (jfr not. 2 sid. 37, där f. ö. första satsen är meningslös) är lätt att bevisa, om kontinuitetsdefinitionen skrives $\lim_{\triangle x\to 0} \triangle y=0$. Detta borde medtagits, eftersom det ofta användes (sid. 44, 68 och 77). — I övning 130 skall väl också stå, att det tredje hörnet i triangeln ligger på kurvan. — Kurvan i fig. 25 b representerar ingen (entydig) funktion. Partierna kring E och F skall utgå, eftersom de inte illustrerar det förf. avser. — Ex. 2, sid. 98, innehåller en felräkning. T skall bli $=\frac{3}{2}|a^4-a^2|$. — I kap. VI borde entydighets- och existensfrågor vid flera tillfällen diskuterats. — Den 3 mom. 73 bevisade satsen är en trivial konsekvens av derivatans definition och knappast värd ett eget moment, vilket ju också framgår av de gjorda tillämpningarna. Utan ytterligare förutsättningar följer inte (som påstås mitt på sid. 171) l'Hospitals regel. I exempel 1—4, sid. 171, bör därför det sista limestecknet utgå och insättningen av resp. x-värden i stället göras. — Så som resonemanget i mom. 77 sid. 180 föres, räcker inte kontinuiteten, utan det måste förutsättas, att funktionen $f(x)$ är (styckvis) monoton (jfr också HR sid. 77 och NO sid. 97). En analog anmärkning gäller mom. 78. Den där uppskrivna satsen borde f. ö. återförts på det i mom. 77 betraktade fallet. Kapitlet om integraler är annars ett av bokens allra bästa med en mästerlig uppläggning.

De flesta svenska skolböcker i matematik är i huvudsak exempelsamlingar. Det är knappast någon överdrift att påstå, att STf är den första egentliga läroboken i funktionslära. I de nya upplagorna av HR och NO är fortfarande teorin mycket torftigt behandlad. Redan efter ett par sidor om gränsvärden och något om kontinuitet men knappast ett ord om funktionsbegreppet behandlas i HR begreppet derivata. I NO diskuteras visserligen i korthet funktionsbegreppet, men gränsvärden uppträder första gången i samband med kontinuitet och derivata utan någon självständig förberedelse. Både i HR och NO meddelas i stort sett endast resultaten rörande derivatans betydelse för funktionens variation. Vissa definitioner uttalas aldrig klart. T. ex. bör följande mening uppfattas som sats och *inte* som definition (vilket tycks vara fallet i HR sid. 52 och NO sid. 43): »Om en funktion i en punkt P övergår från växande till avtagande så är P en maximipunkt» (jfr funktionen $f(x)=x^2(\sin\frac{1}{x}-2)$ för $x\neq 0$, $f(0)=0$, som naturligtvis har en maximipunkt i origo, men som där *inte* övergår från växande till avtagande). Visserligen gäller omvändningen strängt taget för alla i gymnasiet behandlade funktioner, men det är ändå olämpligt att välja satsen som definition, eftersom man ofta vid bestämning av maxima (t. ex. av andragradspolynom och vissa trigonometriska funktioner) endast använder sig av att funktionsvärdet i en maximipunkt är större än funktionsvärdena i närbelägna punkter. — Ytterligare några anmärkningar: HR sid. 52: Av derivatans *existens* följer att den är $=0$ i en extrempunkt, kontinuitet hos $f'(x)$ behöver inte förutsättas (observera att i punkt G i fig. 20 existerar inte derivatan). — NO sid. 40: Beviset för att deriverbarhet medför kontinuitet är fel, eftersom $\frac{\Delta y}{\Delta x}\to\infty$ *inte* är negationen av $\Delta y\to 0$. — NO fig. 26: Koordinatsystemet borde utritats. Om det avses att y-axeln i fig. c är »lodrät», är denna figur felritad. — NO mom. 55 borde utelämnats. Det ger i denna form inget nytt om sambandet mellan derivator och integraler. Beräkningen av $\int(a+bx)^5dx$ (sid. 103) är tekniskt trolleri utan bevispraft. — NO sid. 113 nederst och sid. 114: I stort sett samma anmärkningar som mot mom. 73 i STf. Dessutom är »beviset» sid. 114 helt felaktigt (man vet ingenting om $F(\alpha)$ och alltså inte heller om $F'(\alpha)$).

Vissa i ovanstående kritik framförda anmärkningar gäller tämligen subtila frågor inom funktionsteorin. *Det är naturligtvis inte min mening att läraren skall diskutera igenom dessa frågor med eleverna.* Men läroböckerna bör vara korrekta och inte uttala felaktiga satser eller olämpliga definitioner. Många gånger blir f. ö. korrekta bevis lättare och åskådligare än skenbevis, som använder ej uttalade och oväsentliga förutsättningar.

Framställning av temperaturer under 1 grad Kelvin

Av docent Josef Nyström, Stockholm

Vid konventionella metoder att framställa låga temperaturer användes alltid gaser, som kondenseras t. ex. genom Lindes metod med Joule-Thomson-effekten. Det bildade kondensatet får sedan koka, och genom att variera trycket är det möjligt att inom vissa gränser erhålla en godtycklig temperatur. De gaser, som allmännast används, är ammoniak och freon (i de flesta kylskåp), koldioxid, luft, väte och helium. Gränsen för vad man kan åstadkomma med dessa metoder ligger i närheten av 1 grad absolut, då ångtrycket för helium, som har den lägsta av alla kokpunkter, snabbt sjunker till omätbara värden, då man kommer lägre med temperaturen. Sålunda är trycket 0,01 mm vid 0,8° K och ungefär 10^{-32} mm vid 0,1° K. Den lägsta temperatur som erhållits genom avdunstning av flytande helium ligger ungefär vid 0,7° K, och det finns föga hopp att komma nämnvärt lägre med denna metod.

För framställning av ännu lägre temperaturer har hittills endast en metod visat sig praktiskt användbar, nämligen adiabatisk avmagnetisering av paramagnetiska salter. Principen för denna framlades ungefär samtidigt av Debye (1926) och Giauque (1927), och de första nedkylningarna ägde rum i köldlaboratorierna i Berkeley och Leiden 1933.

Innan experimenten beskrivas, skall de teoretiska förutsättningarna i korthet presenteras. Endast några enkla termodynamiska och kvantmekaniska fakta är nödvändiga för att förstå mekanismen:

1. För en partikel (t. ex. atom eller elektron) gäller enligt kvantmekaniken att den under givna förutsättningar endast kan ha vissa fixerade energivärden, som betecknas E_1, E_2, E_3, ..., där $E_1 < E_2 < E_3$ ...

2. Sannolikheten att finna en partikel med energin E_i är proportionell mot $e^{-E_i/kT}$, där e är basen i naturliga logaritmsystemet, k Boltzmanns konstant och T absoluta temperaturen. Förhållandet mellan antalet partiklar i två närliggande nivåer blir då

$$e^{-E_{i+1}/kT} : e^{-E_i/kT} = e^{-(E_{i+1}-E_i)/kT} = e^{-\Delta E/kT}$$

Man ser, att om temperaturen är mycket låg (kT mycket mindre än $\triangle E$), kommer partiklarna i lägsta möjliga energitillstånd. Är å andra sidan $kT \gg \triangle E$, blir alla möjliga energitillstånd ungefär lika besatta.

3. Entropiökningen dS vid en reversibel process, då värmemängden dQ tillföres, blir dQ/T.

4. Entropin S kan beräknas, om partiklarnas fördelning på de olika energitillstånden E_i är känd.

Som exempel på salter, som begagnas vid nedkylning genom adiabatisk avmagnetisering, kan nämnas järn-ammonium-alun $NH_4Fe(SO_4)_2\,12H_2O$, kobolt-ammonium-sulfat $(NH_4)_2SO_4CoSO_4,6H_2O$ och kalium-krom-alun $KCr(SO_4)_2\,12H_2O$.

Vi skall i det följande betrakta egenskaperna hos järn-ammonium-alun. Vid temperaturer under en grad absolut svarar de yttre elektronerna hos ferrijonerna för lejonparten av det specifika värmet. Dessa elektroner svarar också för de paramagnetiska egenskaperna hos saltet. Om detta införes i ett starkt magnetfält, kommer varje energinivå hos de yttre elektronerna att splittras upp i sex nivåer (Zeemann-effekt). (För andra salter kan antalet nivåer vara annorlunda.) Detta beror på att elektronernas magnetiska axlar kan ställa in sig i sex olika lägen i förhållande till magnetfältet. Avståndet mellan de nya energinivåerna blir proportionellt mot magnetfältets styrka. I fig. 1 visas entropin per mol hos saltet i bråkdelar av universella gaskonstanten R dels utan, dels med yttre magnetfält. I det förra fallet befinner sig elektronerna i kristallernas »egenfält» som är ganska svagt, varför skillnaden mellan energinivåerna blir jämförbar med kT först när temperaturen betydligt underskrider 1° K. Alla nivåer kommer därför att vara ungefär lika besatta vid 1° K, och entropin för elektron-spinnen blir den maximala ($R\,e\log 6$ för 6 nivåer). Att entropin ökar igen för högre temperaturer beror på att gitterentropin blir märkbar från omkring 5° K. Om saltet befinner sig i ett starkt magnetfält, blir skillnaden mellan energinivåerna ungefär lika med kT vid 1° K, och entropin kommer att variera som den undre kurvan i figuren visar.

Den entropiändring som inträder, när magnetfältet lägges på, kan bestämmas på termodynamisk väg ur experimentella data. Entalpin $H=U+pV$, där U=inre energin, p=trycket och V=volymen, får i det magnetiska fallet formen $H=U-VMB$, dvs. V ersättes av $-VM$, där M=magnetiseringen, och p ersättes av magnetiska fältstyrkan B. Maxwells termodynamiska ekvation

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$$

kommer därför i det magnetiska fallet att ersättas av

$$V\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B = \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T$$

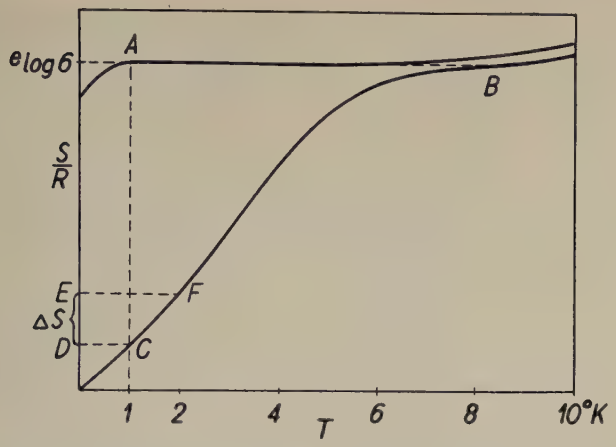


Fig. 1. Entropin hos järn-ammonium-alun som funktion av temperaturen utan yttre magnetfält (övre kurvan) och i ett fält på 2 weber/m² (undre kurvan).

och man erhåller entropiändringen vid magnetisering

$$S_{T,B} - S_{T,0} = \int_0^B \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)_T dB = V \int_0^B \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B dB$$

Magnetiseringens temperaturderivata vid konstant fältstyrka $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B$ kan bestämmas experimentellt. Som nämnts i punkt 4 ovan, kan entropin också beräknas ur elektronspinnens fördelning på olika energinivåer.

Före den adiabatiska avmagnetiseringen nedkyles saltet i en helium-kryostat till ungefär 1° K (punkten *A* i figuren). Om saltet vore fullständigt värmeisolerat, när magnetfältet lägges på, skulle elektronernas magnetiska axlar ej vrida sig, vilket betyder att fördelningen mellan olika energinivåer och därmed entropin förblir oförändrad. Temperaturen måste därför stiga och punkten *B* uppnås. Saltet beginner sig emellertid i värmekontakt med omgivningen och kommer därför att återgå till sin ursprungliga temperatur men med lägre entropi (punkten *C*). De högre energinivåerna är här betydligt glesare besatta än de lägre.

Sedan punkten *C* uppnåtts, isoleras saltet och magnetfältet bortages. Elektronernas magnetiska axlar kommer ej att ändra riktning, varför entropin blir oförändrad och temperaturen sjunker till punkten *D*. Oförändrad riktning på elektronernas magnetiska axlar be-

tyder bland annat att $e^{-\Delta E/kT}$ är konstant under processen. Men $\triangle E$ är proportionell mot magnetfältets styrka B. Om index C och D hänför sig till dessa punkter i figuren, erhålles

$$\frac{\Delta E_C}{B_C}=\frac{\Delta E_D}{B_D}, \quad \frac{\Delta E_C}{kT_C}=\frac{\Delta E_D}{kT_D}, \quad \text{varav} \quad T_D=T_C\cdot\frac{B_D}{B_C}$$

där B_C=2 weber/m² och B_D=kristallens egenfältstyrka. Egenfältstyrkan är emellertid inte känd med någon större noggrannhet. Det fel, som inkommer på grund av att gitterentropin försummas, är däremot utan betydelse.

För mätning av temperaturen i D på termodynamisk väg kan en känd värmemängd $\triangle Q$ tillföras. Det är möjligt att göra detta med radioaktiv γ-strålning eller på magnetisk väg. Härvid uppnås punkten E i diagrammet, och om samma magnetfält som förut ånyo pålägges kommer saltet till punkten F, där temperaturen kan mätas, så att entropiändringen $\triangle S$ kan erhållas. Sedan är det lätt att beräkna ett medelvärde av temperaturerna i D och E ur relationen $\triangle S=\triangle Q/T$.

I princip är det sålunda enkelt att bestämma temperaturen, men de experimentella svårigheterna är mycket stora. Olika mätmetoder kan ge differenser på ungefär 30 %, när det gäller de lägsta hittills uppnådda temperaturerna, som uppgår till ett par tusendels grader Kelvin.

De experimentella anordningarna för nedkylning genom adiabatisk avmagnetisering varierar på de olika laboratorierna, men principen är i stort sett densamma och illustreras av fig. 2, som visar en anordning begagnad vid köldlaboratoriet i Oxford. Saltet, som väger ungefär 10 gram, har form av en sfär eller rotationsellipsoid och är med nylon- eller silketrådar upphängt i en inre metallbehållare i apparaten. Att man ger saltprovet denna form beror på att dess magnetiska egenskaper är av största intresse och att man då lätt kan få det likformigt magnetiserat. Behållaren kan evakueras genom röret *A*. Utanför finnes kokande helium i ett Dewarkärl, vars temperatur kan kontrolleras genom att trycket ändras genom röret *B*. Ytterst finns det ytterligare ett Dewarkärl, som innehåller flytande väte. Hela denna apparat kan placeras i fältet av en elektromagnet. Då det är önskvärt att kunna skilja kryostaten från magneten, är vanligen endera av dem rörlig.

Apparaten kan synas vara enkel, men det fordras en hel del utrustning utöver den som är inritad i figuren. Flytande helium går det numera att framställa ganska enkelt med hjälp av en amerikansk apparat som finns tillgänglig i handeln (för ett pris av ungefär 150 000 kr.). Magneten blir också ganska dyrbar, då fältstyrkan måste vara hög (minst 1,5 weber/m²) över ett ganska stort område. Minsta

nöjliga avstånd mellan polskorna lir 4 à 5 cm. Dessutom fordras umpar för högvakuum och di-erse elektrisk utrustning för nätning av saltets magnetiska genskaper. I fig. 2 är ett par polar för detta ändamål antydda. De matas med en tonfrekvens-generator, och den ömsesidiga nduktansen mätes med hjälp av n växelströmsbrygga.

Fig. 3, som visar Lyman-labora-oriets anläggning för magnetisk vkylning vid Harvarduniversite-et i Cambridge, Massachusetts, ger en ganska god uppfattning om vad som fordras med undantag av apparaturen för framställning av flytande helium. I mitten synes den rörliga magneten och mellan dess polskor kryostaten, som be-står av två koaxiala Dewarkärl. I det inre av dessa finnes ett evakuerat rör som innehåller det paramagnetiska saltet. På kryostatens övre del finnes bland annat två diffusionspumpar fästade. Den ena kan sättas i förbindelse med »saltröret» och den andra med mellanrummet mellan Dewar-kärlen. Ett kraftigt tilltaget evakueringsrör går åt höger till en pump med hög kapacitet, som kontrollerar trycket över den kokande helium-vätskan, så att man får rätt temperatur. Till vänster på väggen syns några manometrar och nivåmätare och under dessa växelströms-bryggan för mätning av ömsesidiga induktanser. På stativet framför finnes tonfrekvensgeneratorn och en förstärkare m. m.

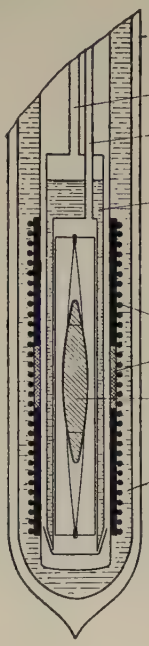


Fig. 2. Kryostat för avkylning genom adiabatisk avmagnetisering.

Före den adiabatiska avmagnetiseringen kyles saltet ned till ungefär 1° K genom att trycket i kryostaten minskas genom röret *B* i fig. 2. För att god värmekontakt skall erhållas innehåller den inre behållaren helium med lågt tryck. Då magnetfältet lägges på, ledes värme bort från saltet genom gasen, och sedan jämvikt inträtt, har saltet nått punkten *C* i diagram 1. Därefter pumpas heliumgasen bort från saltröret genom röret *A* i fig. 2 med hjälp av en högvakuum-pump så att god värmeisolation erhålles, magnetfältet slås ifrån och magneten flyttas bort från kryostaten. Därmed har den låga temperaturen hos saltet uppnåtts.

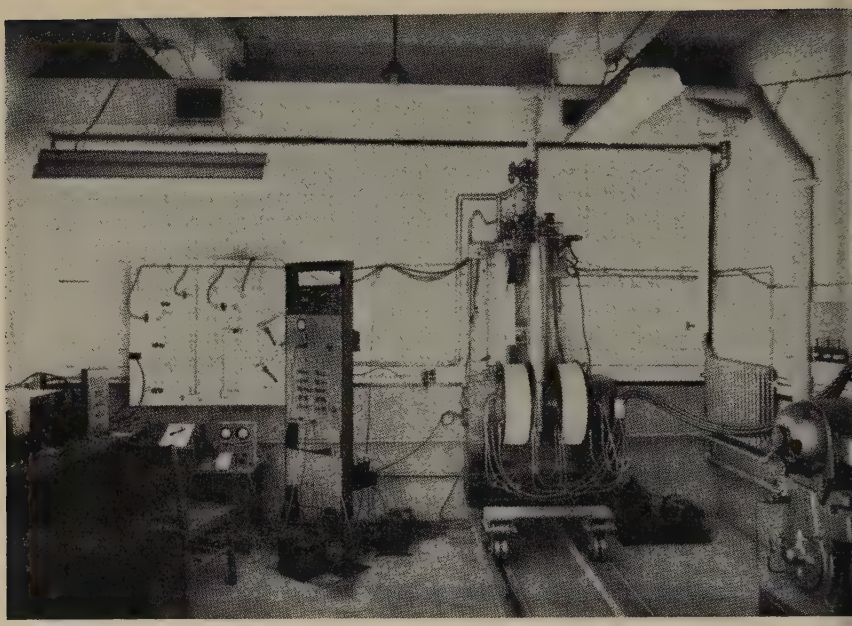


Fig. 3. Totalvy av Lyman-laboratoriets anläggning för framställning av temperaturer under 1° K.

En noggrann mätning av saltets sluttemperatur bjuder på stora svårigheter. Den förut omnämnda termodynamiska mätmetoden är inte enkel, och gastermometrar är inte användbara, då trycken hos alla gaser är omätbart små. Motståndstermometrar, t. ex. av kolskikt, kan användas men måste kalibreras mot den termodynamiska temperaturen. Dessutom tillkommer den svårigheten att värmeledningsförmågan blir utomordentligt liten vid temperaturerna ifråga, varför det är svårt att avgöra, när »termometern» uppnått samma temperatur som saltet. En omständighet, som motverkar den ringa värmeledningsförmågan, är emellertid att specifika värmet sjunker utomordentligt snabbt nära absoluta nollpunkten. Ett undantag är de paramagnetiska salterna som användas vid avkylningen. Dessas specifika värme är av storleksordningen 0,001—0,01 cal/grad · g vid några hundradels grader Kelvin. *Ett gram* järn-ammonium-alun vid 0,05° K har samma värmekapacitet som *25 kilogram* koppar eller *två liter* flytande helium vid samma temperatur.

Svårigheterna med värmeledningen gör att man sökt efter någon egenskap hos saltet självt, som kan begagnas som temperaturindika-

tor. Det har visat sig, att den magnetiska susceptibiliteten χ varierar kraftigt med temperaturen och därför är väl lämpad för temperaturmätning. Med anledning därav är de tidigare omnämnda induktionsspolarna inbyggda i apparaten. För temperaturer i närheten av 1° K gäller enligt experimentell erfarenhet Curies lag:

$$\chi = \frac{\lambda}{T}$$

där λ är en konstant. Då den enligt teorin för paramagnetiska salter skall gälla, då absoluta temperaturen går mot noll, har man extrapolerat formeln till lägre temperaturer och på så sätt definierat en »magnetisk temperatur» $T^* = \lambda/\chi$. Jämförelse mellan denna och den tidigare omtalade termodynamiska temperaturen visar också god överensstämmelse ned till ungefär 0,1° K. För noggrannare mätningar kan Curie-Weiss' formel begagnas

$$\chi = \frac{A}{T - \Delta}$$

där A och Δ är konstanter. Δ brukar kallas Curie-Weiss' konstant. Formeln upphör emellertid att gälla, då T närmar sig Curie-punkten Δ. För ännu lägre temperaturer får man fram magnetiska hysteresfenomen, och remanensen kan då begagnas som ett mått på temperaturen. Noggrannheten är emellertid inte stor, då saltet måste kalibreras med hjälp av den termodynamiskt mätta temperaturen.

Som vi sett är det möjligt att med adiabatisk avmagnetisering av salter nå temperaturer, som vida understiger dem som kan nås med andra metoder. Även om rekordjakten i och för sig kan ha sitt intresse, kan det emellertid vara lämpligt att i korthet omnämna de områden inom fysiken där temperaturer under 1 grad Kelvin är av intresse.

Det har förut omtalats, att alla gaser har ett försvinnande lågt tryck, så snart man kommer nämnvärt under 1 grad Kelvin, gittersvängningarna upphör praktiskt taget, och värmestrålningen saknar betydelse redan vid högre temperaturer. Detta beror på att energinivåerna för dessa fenomen ligga så glest, att exponenten $e^{-\Delta E/kT}$ blir försumbar för låga temperaturer. Endast i några få fall blir ΔE av samma storleksordning som kT för temperaturer som är bråkdelar av 1° K, och endast i dessa fall är dessa temperaturer av fysikaliskt intresse.

Redan för framställning av temperaturerna ifråga voro de magnetiska egenskaperna hos paramagnetiska salter av intresse, och dessa ha också studerats intensivt. De blir i regel ferromagnetiska, om man avkyler dem tillräckligt. Utom de magnetiska egenskaperna har specifika värmet m. m. undersökts.

Flytande helium får under den s. k. lambdapunkten 2,1° K exceptionella egenskaper. Den inre friktionen försvinner praktiskt taget fullständigt och värmeledningsförmågan blir enorm. Den nya modifikationen har blivit kallad helium II, och det har visat sig, att dennas egenskaper ändras, även om temperaturen betydligt underskrider 1° K. Magnetisk kylning är ett värdefullt medel vid studiet av dessa egenskaper.

Det intressantaste forskningsområdet vid extremt låga temperaturer torde emellertid ligga inom kärnfysiken. Atomkärnorna har ett spin liksom elektronerna, men det magnetiska momentet på grund av detta spin är endast ungefär 0,001 av magnetiska momentet hos en elektron. Det är möjligt att konstatera detta kärnspin med hjälp av hyperfinstrukturen hos optiska spektra. Skillnaden mellan de olika energinivåerna i ett magnetfält blir endast någon tusendel av motsvarande nivådifferenser hos elektronerna. För att få en inriktning av spinnen hos atomkärnorna (polarisation) skulle det därför behövas antingen magnetfält med 1000 gånger högre styrka än de som begagnas vid avmagnetisering av de paramagnetiska salterna eller också måste temperaturen sänkas ned till ungefär 0,01° K med en bibehållen fältstyrka av några weber/m². Intet av dessa alternativ har varit möjligt att förverkliga hittills. Men kvantmekaniken visar, att även om det inte är möjligt att rikta in alla atomkärnorna åt ett håll, så ha dessa endast 2 möjliga lägen, antingen i magnetfältets riktning eller åt motsatt håll. Man säger då att spinnen äro parallella eller antiparallella med magnetfältet. Vid ungefär 0,1° K blir elektronerna tillräckligt polariserade även utan yttre fält, och alla kärnspinnen blir då parallella eller antiparallella med en viss riktning. Detta kallas »alinement» på engelska (lämplig svensk benämning saknas). Vid polarisation skulle de flesta spinnen vara orienterade åt ett håll, vid alinement kan de båda riktningarna eventuellt vara ungefär lika företrädda.

Det har vid experiment med alinement visat sig att radioaktivt kobolt visar anisotropa kärnor med en β-emission, vars styrka varierar med riktningen i förhållande till magnetfältet. Det är ett vidsträckt område för fortsatta undersökningar som här öppnat sig, men ännu så länge finns det bara några få experimentella resultat publicerade.

Att den magnetiska avkylningsmetoden redan givit vetenskapen nya viktiga forskningsområden står redan fullt klart. Ändå frågar man sig: Är det möjligt att uppnå ännu lägre temperaturer? Enligt Nernsts värmeteorem är det omöjligt att uppnå absoluta nollpunkten. Atomkärnorna ger emellertid en teoretisk möjlighet att ytterligare sänka temperaturen. Det har föreslagits att först kyla ned ett paramagnetiskt salt till ungefär 0,01° K och genom termisk kontakt med detta kyla

en mindre mängd av ett ämne med lämpliga kärn-paramagnetiska egenskaper t. ex. koppar, som befinner sig i ett magnetfält på 5—10 weber/m². Sedan den termiska kontakten brutits, skulle magnetfältet brytas, varvid en temperatur på ungefär 0,0001° K skulle uppnås. Problemet är emellertid framför allt att kontruera en lämplig anordning för att sluta och bryta en termisk kontakt vid de temperaturer det här är fråga om. Olika förslag har framlagts, men alla svårigheter är inte övervunna ännu.

Det kan synas märkligt, att atomkärnornas egenskaper är så viktiga både för höga och låga temperaturer. De utnyttjas för att uppnå miljontals grader i atom- och vätebomber och de studeras nu med största intresse vid de lägsta temperaturer som uppnåtts och kommer själva med största sannolikhet att begagnas vid nya rekordförsök att uppnå låga temperaturer. Experiment i den riktningen saknar politisk betydelse, men de temperaturer som uppnås på så sätt underskrider betydligt de som annars finns i universum under det att temperaturen i vätebomben endast är bråkdelen av den som existerar i det inre av åtskilliga stjärnor.

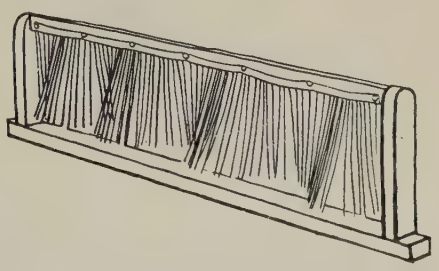
Litteratur:

J. A. VAN LAMMEREN, Technik der tiefen Temperaturen, Springer 1941.
C. G. B. GARRETT, Magnetic Cooling, Harvard University Press 1954.
C. J. GORTER m. fl., Progress in Low Temperature Physics, North-Holland Publishing Company 1955.

Notiser

En vågrörelseapparat

En pärlfrans, av den typ som förr användes som prydnad på lampor, ca 75 cm lång, fästes med häftstift i ett brädstativ. Lämplig längd på fransarna är ca 10 cm och pärldiametern 2—4 mm. Med en meterlång, tunn bräda av 7—8 cm bredd, vars ena kant stöder mot bordet, föras alla pendlarna åt sidan. Brädan drages sedan med jämn hastighet i fransens längdriktning, varvid pendlarna frigöras en efter en och komma i svängning. En transversell vågrörelse uppkommer.



Av försöket framgår, att intrycket av vågrörelse uppkommer där-

för, att partiklarna börja sina svängningar med konstanta tidsmellanrum, att partiklarna endast svänga fram och tillbaka kring ett jämviktsläge, att partiklar med samma rörelsefas måste återkomma med lika intervall. Formeln $v = n \cdot \lambda$ erhålles; v varieras och man finner, att våglängden ändras.

Genom att i stället föra pendlarna åt sidan med ett visitkort i pärlfransens längdriktning, erhålles en logitudinell vågrörelse. Man ser förtätningar och förtunningar framskrida genom partikelserien.

Hj. Trane

En apparat för demonstration av Boyles lag

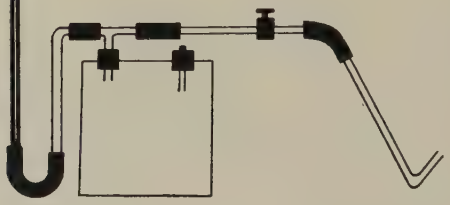
En enkel anordning, som jag brukar använda för att demonstrera Boyles lag, är följande.

Den utgöres av en öppen kvicksilvermanometer, vars långa skänkel består av ett barometerrör, den kortare av ett vidare glasrör, ett T-rör, ett rör med kran samt en flaska med två halsar. I den ena av de sistnämnda sitter T-röret, i den andra cykelventil. Delarna äro sammankopplade med stadiga gummislangar. Flaskans och rörens volym är 655 cm³.

Med en cykelpump inpressas luft i flaskan till ett övertryck av p, $0{,}75\,p$ resp. $0{,}5\,p$, där p betyder det för tillfället rådande lufttrycket. Luften får sedan expandera och uppsamlas över vatten i en literbutelj.

Följande resultat erhölls vid ett elevförsök:

övertryck	uppsamlad	luftvolym
p	670 cm³	675 cm³
$0{,}75\,p$	500 »	495 »
$0{,}5\,p$	340 »	345 »



Den uppsamlade luftens volym blir ju något större än den beräknade 655, 491 resp. 328 cm³, beroende på vattenångans tryck. Tages hänsyn till denna, måste överensstämmelsen anses god. *Hj. Trane*

Spatlen, som bliver usynlig.

I bægerglasset (fig. 1) har man hældt en blanding, bestående af meta-xylol med 13 % alfa-bromnaftalin. Denne blanding udmærker sig ved at have samme brydningsforhold som glas. En lysstråle, der går fra væske til glas eller fra glas til væske, vil fortsætte uhindret; der opstår ingen tilbagekastning og spredning ved grænseovergangen, og derfor kan man ikke (eller kun meget utydeligt) se det stykke af spatlen, der befinder sig nede i væsken. Spatlen må ikke være af pyrexglas.

Frode Hjerting

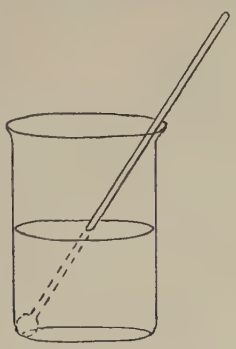


Fig. 1.

Fig. 2.

Deformation af et fast legeme

I en flaske (fig. 2) med et rektangulært eller ovalt tværsnit er der stukket en gummiprop med et glasrør. Flasken er fyldt med farvet vand, som når op til midten af glasrøret, hvis lysning er 2 mm.

Med tommel- og pegefingeren presses nu på siden A og den modsatte A′. Herved klemmes flasken lidt sammen, og man ser den farvede væske stige op i røret. Dernæst presses på siden B og den modsatte B′. Mod forventning stiger vandet ikke op i glasrøret; tværtimod synker det lidt. Når der presses på siderne B, vil altså siderne A blive spilet lidt ud, så der bliver bedre plads til væsken.

Forsøget viser, at et pres fra fingerspidserne er i stand til at deformere et legeme.

Frode Hjerting

Centrifugalvirkningen

De skraverede områder på figur 3 forestiller træ, den lodrette og vandrette linie plexiglas. Stålkuglerne kan have diameteren 2 cm, og de to rum, hvori kuglerne befinder sig, er foran og bagved lukket med plexiglas. Apparatets dimensioner kan f.eks. være 28 cm i længde, 5 cm i højde og godt 2 cm i bredde.

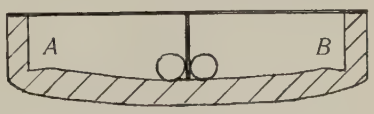


Fig. 3.

Apparatet er et slags puslespil, hvor det gælder om at få de to kugler til samtidig at ligge i de to små fordybninger A og B, hvilket

ikke kan lade sig gøre, hvis man hælder apparatet. Løsningen på opgaven er den, at man giver sig til at snurre apparatet rundt om den lodrette midterakse. Kuglerne vil så samtidig slynges ud til siderne.

Frode Hjerting

Avmagnetisering av ur

I s. k. antimagnetiska ur är oron framställd av ett material med låg remanens. Materialets sammansättning betrakta urfabrikanterna som hemlig. Alla ur, också antimagnetiska, innehålla även delar av vanligt stål, vilka vid magnetisering dock icke förrycka urets gång i samma grad som oron.

Vid arbete med starka magnetfält är det lätt nog att glömma risken och råka ut för att få t. ex. ett armbandsurs gång märkbart rubbad för en längre tid. En avmagnetisering kan en fysiklärare själv göra relativt enkelt. Ett 50-periodigt växelfält på ca 30 gauss är behövligt och kan med strömstyrkan 0,2 A fås med en av de vanliga experimentspolarna på 1200 varv och längden 8 cm ($B_{eff} \approx 4\pi \cdot \frac{0{,}2}{10} \cdot \frac{1200}{8} = 38$ gauss).

En sådan spole rymmer vanligen ett armbandsur (jämte ev. stålarmband). Genom strömreglering med ett stort skjutmotstånd låter man fältet så småningom växa upp till full styrka och sedan lika långsamt försvinna, varvid materialet genomlöper mindre och mindre hysteresöglor. En behandlingstid på 10 sekunder räcker. Uret bör vridas runt under behandlingen.

I stället för att reglera fältstyrkan på ovannämnda sätt kan man hålla full fältstyrka hela tiden och *sakta* föra uret in i och ut ur spolen; tvära ändringar kunna skada tappar i uret. Denna metod är erfarenhetsmässigt inte fullt så effektiv som den förstnämnda.

Einar Wetterwik

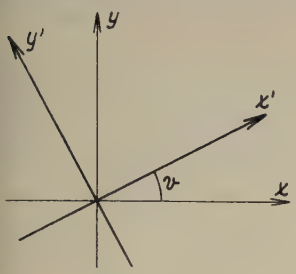
Om vägning vid kemiska laborationer

Vid Uppsala enskilda läroverks kemiska institution var det vid början av höstterminen 1955 aktuellt att byta ut de gamla vågarna mot nya. Vi valde då att i stället för de klassiska odämpade balansvågarna köpa ett exemplar av en modern dämpad snabbväg. Vår nya våg har en skala, som medger avläsning på 10 mg i området 0—2 gram, och den tål 500 g belastning. Den kostade 620 kr. och ställde sig alltså billigare i inköp än åtta vanliga vågar och har för de flesta ändamål visat sig vara lika snabb, trots att eleverna få stå i kö för vägningarna. Snabbheten befordras av att man använder deglar, vågskepp, glasfilterdeglar o. d. med så pass lika vikter, att man kan klara sig med en gemensam tara och avläsning på skalan.

J. Klein

Härledning av transformationsformlerna vid vridning av ett rätvinkligt koordinatsystem

Vi tänka oss det nya $x'y'$-systemet uppkommet genom vridning av koordinataxlarna kring origo en vinkel v i positiv led.



Den nya y'-axelns ekvation är i det nya systemet

$$x'=0$$

och i det gamla $y=-x\cot v$, eller i normalform

$$\pm(x\cos v+y\sin v)=0$$

vilken formel ju även gäller för $v=n\cdot 90°$. Här skall plustecken väljas för $v<180°$ och minustecken för $180°\leq v<360°$. En punkt på t. ex. den positiva sidan om den nya y'-axeln kommer att befinna sig på denna linjes positiva sida även i xy-systemet, då $v<180°$, ty positiva x'- och y-axlarna befinna sig på samma sida om y'-axeln, men på den negativa sidan, då $180°\leq v<360°$, ty positiva x'- och y-axlarna (x'- och x-axlarna i fallet $v=180°$) befinna sig då på olika sidor om y'-axeln. För en godtycklig punkt i planet ger då avståndsbestämning till y'-axeln med hjälp av normalformen

$$x'=x\cos v+y\sin v$$

Analogt är den nya x'-axelns ekvation $y'=0$ resp. $y=x\,\mathrm{tg}\,v$, dvs. i normalform

$$\pm(-x\sin v+y\cos v)=0$$

Här skall plustecken väljas, då $v<90°$ och $270°\leq v<360°$, och minustecken, då $90°\leq v<270°$. Då positiva y'- och y-axlarna (y'- och x-axlarna då $v=270°$ och $90°$) i förra fallet ligga på samma sida och i senare fallet på olika sidor om x'-axeln, gäller som förut för en godtycklig punkt i planet

$$y'=-x\sin v+y\cos v$$

Transformationsformlerna bli därför $\begin{cases} x'=\ \ x\cos v+y\sin v \\ y'=-x\sin v+y\cos v \end{cases}$ och genom utbyte av v mot $-v$ eller $360°-v$ $\begin{cases} x=x'\cos v-y'\sin v \\ y=x'\sin v+y'\cos v \end{cases}$

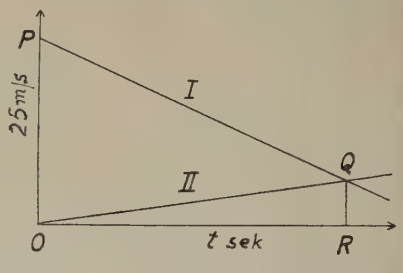
Man kan också vinna något större enhetlighet genom att endast betrakta de fyra kvadranterna, då fallen $v=n\cdot 90°$ lämpligen torde ha behandlats tidigare. Likaså kan man förutsätta $v<90°$ och därefter fullborda transformationen genom en vridning en multipel av 90°.

Som enkel och instruktiv tillämpning på räta linjens normalform är denna härledning en lämplig övningsuppgift i näst sista ringen av reallinjens matematiska gren och kanske bättre än det vanliga projektionsförfarandet. Enklast är väl vägen över polära koordinater, men då befinner man sig ju även i fråga om metoden i kursens utmarker.

Ove Hemer

Hastighet-tid-diagram

Fysikuppg. 3 i fyllnadsprövningen i jan. 1956 (se detta häfte s. 75) kan lätt lösas med hjälp av ett hastighet-tid-diagram. — Avsättes hastighet och tid längs resp. y-axeln och x-axeln, så representeras ju den mellan två tidsmoment tillryggalagda vägen av ytan, som begränsas av funktionskurvan, resp. ordinator och x-axeln.



I fig. återger de räta linjerna I och II hastighetsförändringen för bilarna A och B med begynnelsehastigheterna 25 m/sek och noll. Efter t sek har de samma hastighet QR. De av A och B tillryggalagda vägarna representeras av ytorna $OPQR$ och OQR. Skillnaden, 75 m, mellan dessa vägar representeras då av ytan av triangeln OPQ. Man får då $\frac{1}{2} \cdot t \cdot 25$ m/sek$=75$ m, dvs. $t=6$ sek, varav $QR=12$ m/sek och A-bilens retardation $(25-12)$ m/sek : 6 sek$=2\frac{1}{6}$ m/sek^2. Av diagrammet framgår att för $t>6$ B-bilen har större hastighet än A-bilen och därför kör ifrån denna.

C. E. Blom

Demonstration av Dulong-Petits lag

Man har av några olika metaller tillverkat cylindrar eller klossar, vilkas massor äro proportionella mot metallernas atomvikter. De uppvärmas samtidigt i kokande vatten och sänkas raskt ner i likadana kalorimetrar, som innehålla samma mängd vatten. Sluttemperaturerna avläsas.

Lämpliga metaller äro: 223 g järn, 254 g koppar, 475 g tenn och 829 g bly. I kalorimetrarna 200 g vatten av rumstemperatur. Om spec. värmet är c cal/g och grad, atomvikten A, sluttemperaturen t och vattnets begynnelsetemperatur T, gäller för varje metall, om k är en konstant

$$c \cdot k \cdot A \cdot (100-t)=1 \cdot 200 \cdot (T-t)$$

Vid försöket erhålles samma sluttemperatur för alla metallerna! Därav följer, om ekvationerna sammanställas, att *produkten $c \cdot A$ är konstant.*

Bertil Englund

osfor(5)bromidens termiska dissociation.

I två rundkolvar à 100 ml införes ca 3 g PBr_5 och i den ena av em därjämte ca 3 ml PBr_3. Kolvarna tillslutas väl med gummi- roppar. (Om man önskar utföra försöket år efter år, är det bäst att raga ut kolvhalsarna, innan substanserna föras in, och sedan smälta nop kolvarna). De sänkas ner till halsen i en större bägare med atten av minst 80° och iakttagas under 5—6 minuter.

Jämvikten $PBr_5 \rightleftarrows PBr_3 + Br_2$ förskjutes mycket längre åt höger i den olv, som endast innehåller PBr_5 än i den, som också innehåller en v dissociationsprodukterna. Skillnaden i färg är mycket påtaglig. Då olvarna sedan svalna, uppstå vackra kristaller av PBr_5.

Experimentets ursprung känner jag inte — det har utförts i Uppsala mera än 25 år med samma kolvpar. *Bertil Englund*

Aktuellt

öreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

ade sitt ordinarie årsmöte den 4—5 januari i Uppsala, där förhand- ngarna ägde rum på Kemiska institutionen. Till årsmötet hade in- judits tre nordiska gäster, dr. Urpo Kuuskoski från Finland, lektor 'rode Hjerting från Danmark och lektor Finn Berntsen från Norge. 'ill ordförande i föreningen för år 1956 omvaldes lektor Ernst Knave, om nya styrelsemedlemmar valdes professor Otto Frostman, lektor :arl-Gustav Danver och lektor Göran Beskow.

Ordföranden meddelade, att styrelsen i föreningen enligt Skolöver- tyrelsens önskan skulle låta utarbeta rättningscirkulären till vårens tudentskrivningar i matematik och fysik samt realskoleskrivningen i natematik. Vidare härom kommer att publiceras i Tidning för Sveriges ärоverk.

Lektor Conrad Lönnqvist talade om den nya satelliten och visade ackra och instruktiva bilder.

De ca 190 mötesdeltagarna hade beretts tillfälle att bese några av emikums institutioner, såsom cyklotronen, ultramikroskopet, ultra- entrifugerna, biokemikum samt vidare rikhaltiga och välordnade tställningar av undervisningsmateriel och böcker. Sist på första agens förhandlingar var en diskussion om enhetsskolans kursplaner matematik, fysik och kemi med inledningsanförande av undervis- ingsrådet Jonas Orring.

Årsmötets andra dag började med ett besök vid AB Pharmacia, och ärefter visade ingenjör Lindholm och lektor Hjerting fysikexperi- ent. En del av lektor Hjertings försök kommer att senare beskrivas

i Elementa.[1] Dagen avslutades med en diskussion om nordiskt samarbete i ämnena matematik, fysik och kemi med inledningsanförande av dr. Kuuskoski. Hans förslag gick ut på ett utbyte av stipendiater från de fyra nordiska länderna, som förslagsvis under en tid av två månader skulle bedriva skolstudier i något av grannländerna. De gästande stipendiaterna skulle av värdlandet erhålla stipendier med ett belopp av ca 1200 kr. för två månader. *Bror Gustaver*

Svenska Kemistsamfundets Berzeliusdagar 3—4 januari 1956

Svenska Kemistsamfundet har för något år sedan startat en föreläsningsverksamhet i kemi — se Elementa *37* (1954) 260 — som avser att genom föredrag för realgymnasiernas och de tekniska läroverkens äldre elever stimulera intresset för fortsatt kemisk utbildning. Som ett led i denna verksamhet hade samfundet inbjudit ett hundratal gymnasister till en två dagars kurs, den 3—4 jan. 1956, med föredrag över kemiska ämnen och demonstrationer. Kursen, som var förlagd till Tekniska museet i Stockholm, hade givits den signifikativa benämningen »Berzeliusdagar».

Urvalet av deltagare — två till sex elever ur de två högsta ringarna — hade gjorts av resp. huvudlärare i kemi vid de inbjudna skolorna, läroverken i Stockholm med omnejd samt läroverken i Uppsala, Södertälje och Enköping. Deltagandet har haft karaktären av en belöning för visat intresse och synnerligen goda kunskaper. Intresset för dagarna visade sig vara mycket stort, och de hundra deltagarna — en liten del av alla som önskade få vara med — torde ha utgjort en elit, i stånd att tillgodogöra sig innehållet i föredragen. Visserligen var dessa tillrättalagda för ett ungdomligt auditorium, men de var dock inte alltför lättsmälta.

Föredragen behandlade nya och i skolan inte berörda områden. Prof. John Tandberg inledde med »Hur och varför blev jag kemist». Årets nobelpristagare, Hugo Theorell, talade »Om oxidationsenzymernas byggnad och reaktionssätt», prof. Holger Erdtman om »Kemisten och skogen», prof. Lars Gunnar Sillén om »Högtemperaturkemi», civilingenjör Lennart Ewald om »Från idé till produktion». Föredragen illustrerades med experiment och demonstrationer.

Bilden på sid. 13 i detta häfte visar prof. Theorell demonstrerande en modell av den hittills klarlagda delen av cytokrom c-molekylen för en grupp deltagare.

[1] Under rubriken »Notiser» beskriver lektor Hjerting i detta häfte tre av försöken och lektor B. Englund två vid mötet utförda kemiförsök. *Red*

Tekniska Museets chef, intendent Torsten Althin, gav en överblick över museet, och civilingenjör Torsten Wilner, museets laborator, utförde experiment och visade museets Atomarium. Efter en orientering »Om gummi» gjordes sista dagen ett studiebesök vid Ulvsunda Gummifabrik.

En stor andel i det allt igenom lyckade resultatet av detta experiment har herrar Althin och Wilner, som visade ett tillmötesgående och ett outtröttligt intresse, för vilket inte endast Kemistsamfundet och kursens deltagare utan även alla de berörda skolornas kemilärare har stor anledning att vara tacksamma.

Kemistsamfundets avsikt är att årligen upprepa detta försök, som visade sig slå så väl ut, och att redan nästa år rikta sin inbjudan till läroverk på större avstånd från Stockholm, så att efterhand alla rikets läroverk skall bli delaktiga av Berzeliusdagarna. *G. Starck*

Gradualavhandlingar[1]

Gösta Ekspong, *Some Properties of the Soft Component of Cosmic Radiation. Neutral Mesons. — Bremsstrahlung.* Uppsala 1955. (Sammanfattning av tre avhandlingar publicerade i Philosophical Magazine och Arkiv för Fysik.) Disputation i Uppsala den 25 maj 1955. Opponenter: Mr John E. Hooper, Ph. D., Köpenhamn, och fil. mag. Sigward Nilsson, Uppsala.

Den mjuka komponenten i kosmisk strålning består huvudsakligen av snabba elektroner och energirika fotoner. Antalet dylika partiklar växer genom en stegvis multiplikationsprocess vid strålningens passage genom materia. De två viktigaste mekanismerna för uppkomsten av de s. k. mjuka skurarna är följande: fotonerna materialiseras till elektron-positron-par och de senare emitterar fotoner, s. k. bromsstrålning. Processerna utspelas i atomkärnornas eller de atomära elektronernas Coulombfält.

Att den mjuka komponenten är en sekundär företeelse har så småningom visat sig vara fallet, bl. a. därför att den primära kosmiska strålningen icke innehåller nämnvärt antal dylika partiklar. Före år 1949 var observationer gjorda, som tydde på ett nära samband mellan den mjuka och den hårda komponenten. Numera vet man, att på större höjder har de båda komponenterna samma ursprung. Partiklar med hög energi tillhörande den primära strålningen ger upphov till kärnreaktioner i den övre atmosfären, varvid såväl laddade pi-mesoner

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

som neutrala emitteras. De laddade mesonerna sönderfaller till my-mesoner, vilka utgör den hårda komponenten, medan de neutrala mesonerna genom sitt snabba sönderfall till vardera två fotoner ger upphov till den mjuka komponenten.

Den ovan skisserade uppfattningen stödes av de undersökningar som framlagts i avhandlingens första uppsats. Denna publicerades år 1950 i samarbete med de engelska forskarna J. E. Hooper och D. T. King. Med hjälp av de vid den tiden nya elektronkänsliga emulsionerna kunde gamma-spektrum på en höjd av 70 000 ft studeras. Denna höjd visade sig lämplig för en relativt okomplicerad tolkning av resultaten. Energifördelningens form visade ett karakteristiskt och i första hand oväntat utseende med liten förekomst av energifattig strålning och ett utpräglat maximum vid ungefär 76 MeV. Emellertid visade det sig, att kurvans form helt överensstämde med vad man har att vänta vid observation av strålningen från rörliga strålningskällor (i detta fall identifierade man neutrala mesoner), vilka emitterar en enda frekvens i sitt eget referenssystem, motsvarande 76 MeV. Läget av kurvans maximum är ett mått på mesonens vilomassa, som således kunde bestämmas. Kurvformen i övrigt beror på Doppler-effekten, varför även de neutrala mesonernas energifördelning kunde beräknas. En jämförelse med de laddade pi-mesonernas motsvarande fördelning visade god överensstämmelse, en iakttagelse som styrker hypotesen om gemensamt ursprung för de båda komponenterna via laddade respektive neutrala mesoner. Ytterligare undersökningar ledde till en övre gräns för den neutrala mesonens medellivstid, varvid vi fann denna vara mindre än $5 \cdot 10^{-14}$ sek. Resultatet av en bestämning av den relativa frekvensen kan tolkas så, att de tre slagen av pi-mesoner emitteras med samma frekvens, oberoende av laddningstyp.

Av de två elementarprocesserna, som medverkar vid kaskad-skurarnas utveckling, är parbildningen mest studerad. Avhandlingens senare delar syftar till ett studium av bromsstrålningen vid hög elektronenergi ($\gtrsim$100 MeV.), speciellt till en bestämning av totala tvärsnittet för bromsstrålning i kärnemulsioner. Elektronerna har erhållits ur kosmisk strålning genom exponeringar av Ilfords G 5-emulsioner. Det undersökta energiområdet är 100—1000 MeV. Elektronernas energier bestämdes genom mätningar i ett 5 mm långt segment av partikelbanan som funktion av banlängden. I avhandlingens andra uppsats beskrives ingående den metod, som använts vid energibestämningarna. I princip gäller det att mäta spårets avvikelser från en rät linje; metoden är baserad på teorien för multipel spridning. Stor omsorg har ägnats de felkällor som uppträder vid mikroskopmätningarna. Vidare har en halvautomatisk räknare konstruerats.

Elektronerna förlorar energi stegvis i mer eller mindre stora kvant-

språng, vilka är statistiskt fördelade. Genom att bestämma medelvärdet av elektronernas energi relativt initialvärdet erhålles ett exponentiellt förlopp, varur tvärsnittet kan beräknas. För praktiska tillämpningar är det lämpligt att ange resultatet som den sträcka, för vilken energin i medeltal sjunkit till $1/e$ av den ursprungliga. Som resultat har erhållits 29 ± 3 mm gällande för energiområdet 100—1000 MeV. En uppdelning av energiområdet i två delar gav resultat som nära överensstämde med varandra, vilket står i samklang med teorins förutsägelse att ifrågavarande tvärsnitt varierar ytterst långsamt med energin. Efter det behövliga korrektioner applicerats stämmer värdena mycket väl med de ur Bethe-Heitlers teori beräknade. I ett särskilt kapitel diskuteras några valda exempel, bl. a. ett fall som eventuellt representerar en samtidig utstrålning av flera bromsstrålningskvanta, en s. k. multipelprocess.

Jan Rydberg, *Studies of complex formation by means of a liquid-liquid distribution method.* Sammanfattning i Svensk Kem. Tidskr. *67* (1955) 499—512 av 16 uppsatser publicerade i Arkiv för Kemi, Acta Chem. Scand., Svensk Kem. Tidskr., m. fl., 1950—1955. Disp. vid Stockholms Högskola den 8 december 1955. Opponenter: docent Ragnar Vestin, docent Lars Melander och laborator Bo Aler.

I vattenlösningar innehållande metalljoner M^{z+} (centralatomer) och anjoner A^- (ligander) kan komplex av typen MA_n^{z-n} bildas, varvid denna bildning tänkes ske genom successiv addition av A^- till metallkomplexet. Studiet av dylika jämvikter har tidigare främst följts medelst elektrometriska eller spektrofotometriska metoder. Dessa metoder är dock begränsade till sådana system, där de ingående komponenterna antingen reagera reversibelt vid en elektrod eller ge ett specifikt absorptionsband inom ett mätbart spektralområde. Dessutom måste i allmänhet halten av M vara $> 10^{-3}$ molar, vilket lätt leder till att lösligheten av de bildade komplexen överskrides, eller att flerkärniga komplex (innehållande mer än en centralatom) bildas; härigenom försvåras den matematiska utvärderingen av mätresultaten.

För att kringgå dessa svårigheter har därför utvecklats en metod att studera komplexbildning i vattenlösning genom att följa metallen M:s fördelning mellan vattenlösningen och en i jämvikt med denna varande organisk fas. En förutsättning för denna metods användbarhet är att man har ett organiskt lösningsmedel, som endast löser det oladdade komplexet (MA_z), men däremot ej laddade joner; sådana lösningsmedel är i allmänhet ej svåra att hitta. Genom att använda mycket låga metallhalter överskrides ej lösligheten av komplexen, flerkärniga komplex kan i allmänhet försummas, och den

matematiska utvärderingen av mätresultaten förenklas. Dessa låga metallhalter ($\ll 10^{-3}$ molar) är lätt mätbara när radioaktiva isotoper av metallen (s. k. tracers) användes.

I samtliga metoder för studie av metallkomplexbildning måste även halten av fri ligand i vattenlösningen bestämmas. Detta är i allmänhet relativt enkelt, när halten av centralatomen är mycket mindre än halten av ligand; i annat fall är beräkningen ofta komplicerad (stegvis närmning, etc.).

För beräkning av komplexbildningskonstanter medelst denna vätskefördelningsmetod avsättes enklast logaritmen för metallens fördelning mellan de två lösningsmedlen mot logaritmen för halten av fri ligand; ur den så erhållna s. k. fördelningskurvan kan man medelst ett antal olika matematiska metoder beräkna dels konstanterna för bildningen av de enskilda komplexen, och dels det oladdade komplexets fördelningskonstant.

Genom att studera fördelningen mellan vatten och organiska lösningsmedel (benzen, kloroform, metylisobutylketon) av små halter av Th(IV), U(IV), Pu(IV) och U(VI) i närvaro av liganden acetylaceton (förkortat till HAa) har sålunda konstanter för bildningen av komplexen $ThAa_n^{4-n}$, UAa_n^{4-n} $PuAa_n^{4-n}$ och $UAa_n(OH)_p(HAa)_r^{2-n-p}$ bestämts, liksom konstanter för de oladdade komplexens fördelning. Dessutom har ett antal andra metaller (K, Sr, La, Sm, Hf och urans klyvningsprodukter) undersökts, och det har visats bl. a. hurusom uran, plutonium och vissa klyvningsprodukter kan separeras från varandra genom extraktion medelst organiskt lösningsmedel och acetylaceton.

I samband med dessa undersökningar beskrives även experimentella svårigheter (t. ex. adsorption på kärlväggar av små mängder thorium), problem i samband med isolering av plutonium ur reaktorbestrålat uran (kemiska metoder, strålskyddsanordningar), liksom konstruktion av en automatisk mätanordning för snabbare analys av de radioaktiva proven.

Jan Hansson, *A Kinetic Study of the Addition of Amines to Propylene Oxide.* Disputation vid Lunds universitet den 20 maj 1955. Opponenter: docent S. Sunner, Lund, dr R. P. Bell, Oxford, och docent B. Gerle, Lund.

De första kinetiska undersökningarna av reaktionen mellan aminer och epoxider företogs av Smith och medarbetare i samband med studier över klorhydriners hydrolys i vattenlösning vid närvaro av aminer. Resultaten av aminaddition till epoxider visade intressanta variationer i hastighetskonstanterna.

Det föreliggande arbetet har avsett dels en undersökning av aminkomponentens inflytande på reaktionshastigheten vid addition till

propylenoxid (oxidens inflytande har varit förbehållet annan forskare) dels en korrelation av struktur och reaktionshastighet.

Reaktionen kan antagas försiggå i två steg

$$R_3N + CH_3 \cdot CH(O) \cdot CH_2 \rightarrow CH_3 \cdot CH(O^-) \cdot CH_2 \cdot \overset{+}{N}R_3 \qquad (I)$$

$$CH_3 \cdot CH(O^-) \cdot CH_2 \cdot \overset{+}{N}R_3 + H^+ \rightarrow CH_3 \cdot CH(OH) \cdot CH_2 \cdot \overset{+}{N}R_3 \qquad (II)$$

där R betecknar en alkylgrupp eller H; R_3N får också beteckna pyridin och pyridinderivat. Det första steget (I) anses vara hastighetsbestämmande och det andra (II), som är en protonöverföring, anses gå snabbt.

Additionen av alifatiska aminer har följts endera genom titrering av additionsprodukten, sedan oreagerad amin destillerats av i vakuum, endera genom mätning av reaktionsblandningens ledningsförmåga. Additionen av pyridinderivat har kunnat följas betydligt enklare genom direkt titrering av additionsprodukten i ett prov, då de studerade pyridinderivaten ha mycket låga dissociationskonstanter, medan de bildade kvartära pyridiniumföreningarna äro starka baser. Olika mätmetoder tillämpade på samma reaktion ha stämt överens, och i de fall, då hastighetskonstanterna bestämts med här icke nämnd metod av andra forskare, finnes också full överensstämmelse.

De funna hastighetskonstanterna visa, att förutom polära effekter hos substituenterna även steriska effekter spela en stor roll, och det har varit möjligt att separera dessa med hjälp av sambandet

$$^{10}\log k - {}^{10}\log k_o = r \cdot (s_a + s_o) + t$$

I denna ekvation betyder k och k_0 hastighetskonstanter för substituerad och osubstituerad förening, r är en reaktionskonstant karakteristisk för reaktionstypen, s_a och s_0 äro substitutionskonstanter, som hänföra sig till substituenter i aminen respektive oxiden, och t är sterisk term.

Detta samband har kunnat tillämpas på hastighetskonstanterna för additionen av fyra olika epoxider till aminer, antalet aminer varierande från sex till arton. De för denna reaktionstyp härledda substitutionskonstanterna ha dessutom kunnat tillämpas på dissociationskonstanterna för tertiära aminer, till större delen bestämda av författaren, och på tolv andra reaktioner av mycket varierande typ, hämtade ur litteraturen. Den för tertiära aminer beräknade steriska termen har visat sig gälla även för reaktioner med kaliumkloracetat. Reaktionskonstanten är omvänt proportionell mot den absoluta temperaturen och för ett fall har beräknats, att metylengrupper mellan substituent

och reaktionscentrum minskar reaktionskonstanten med en faktor 1 : 3, 1 för varje grupp.

Det påvisade sambandet synes ha ganska vidsträckt giltighet och är av största intresse vid diskussion av reaktioner mellan alifatiska föreningar.

HELLMUTH HERTZ, *Untersuchung spezieller Formen der Koronaentladung an Spitzen und Drähten.* Lund 1955 (Sammanfattning av fyra avhandlingar i Arkiv för Fysik och Zeitschrift für angewandte Physik). Disp. i Lund 19 nov. 1955. Opponenter: professor HANNES ALFVÉN och fil. mag. E. ANDERSSON.

Elektriska koronaurladdningar har undersökts sedan lång tid tillbaka, bl. a. med anledning av deras tekniska betydelse. Vid dessa undersökningar har framkommit, att det finns ett flertal olika koronatyper, vilkas uppkomst beror på de yttre betingelser, som föreligger i det enskilda fallet. — I avhandlingen undersökes två typer av dessa koronaurladdningar, som hittills inte varit närmare kända. Vidare visas, att dessa kan användas för olika ändamål inom vetenskap och teknik.

Den första av dessa urladdningstyper uppkommer, om man täcker en plan metallelektrod med ett tunt shellackskikt och över denna anbringar en spetsig elektrod (t. ex. en tunn tråd), som anslutes till en lämplig hög spänning, så att en korona utbildas på spetsen. Man kan då iakttaga, att koronaströmmen från spetsen till den plana elektroden är mycket större, då elektroden är belagd med shellack än vid fri yta, trots shellackskiktets goda isoleringsförmåga. I avhandlingen visas, att denna något oväntade effekt beror på små porer, som finns i shellackskiktet i vilka osjälvständiga gasurladdningar tändes p. g. a. den höga laddning, som åstadkommes på den isolerande shellackytan genom koronan på spetsen. Dessa sekundära urladdningar kan ses i mörker. Därför kan denna effekt användas för att undersöka alla slags lacker och isolerande folier med avseende på porer, en uppgift som hittills har varit mycket svår. — De sekundära urladdningarna i porerna är vidare orsak till att överslagspänningen mellan spetsen och den plana elektroden minskas väsentligt. — Denna effekt förefinnes allmänt hos nästan alla isolerande skikt, som helt eller delvis täcker högspänningselektroder, och påverkar därför även koronaförlusterna på högspänningskraftledningar.

För att ytterligare undersöka lackskikteffektens mekanism konstruerades en elektrodanordning mot vilken koronaurladdning från spetsen kunde ske. Denna består utav en metallplatta med ca 12 slitsar, 1 mm breda och 2 mm djupa. I varje slits spännes en tunn tråd och alla trådarna förbindes med varandra samt isoleras från slitsarna. Lägger

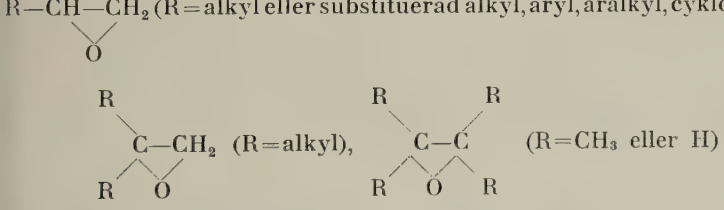
man nu en lämplig spänning mellan trådarna och slitsarna, uppstår starka fält i närheten av trådarna och därför liknande osjälvständiga gasurladdningar som i shellackskiktets porer. Det visade sig därvid, att man kunde styra koronaströmmen kontinuerligt genom att ändra denna spänning mellan trådarna och slitsarna. Innesluter man hela anordningen i ett rör som inehåller vätgas av ca 150 mm Hg tryck, så får man på detta sätt ett kontinuerligt styrbart gasurladdningsrör, som kan användas såväl som förstärkare- som stabilisatorrör. I avhandlingen undersökes rörets egenskaper och dess användningsmöjligheter diskuteras.

Inom växtfysiologien föreligger sedan länge behovet av en snabbregistrerande hygrometer för att bestämma vattenavgivningen (transpirationen) från enstaka växtblad. När preliminära försök att konstruera en sådan hygrometer med hjälp av den ovan beskrivna effekten gav otillfredsställande resultat, sökte förf. finna en annan fuktighetskänslig form av koronaurladdningen. En viss, hittills inte beskriven typ av positiv spetsurladdning visade sig vara lämplig, och denna användes för konstruktionen av en kontinuerligt registrerande hygrometer. Instrumentets inställningstid är ca 3 sekunder och dess luftförbrukning 5—10 cm^3 per sekund.

Stig Andersson, *The reactions between ethylene oxides and ammonia. A kinetic investigation.* Lund 1955, 132 s. Disp. i Lund den 21 maj 1955. Opponenter: docent Gunnel Westöö och assistent Henrik Westermark.

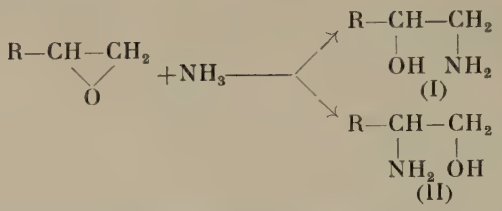
Etylenoxid, $CH_2—CH_2$ (O), och derivat av denna förening är sedan länge kända som mycket reaktiva. Treringen öppnas lätt av olika reagens, såsom vatten, alkoholer, ammoniak och aminer. I den refererade avhandlingen har olika etylenoxiders reaktion med ammoniak och några aminer studerats kinetiskt.

Ett 40-tal etylenoxider av följande typer har undersökts:



samt cykloalkenoxider.

Vid osymmetriska oxider kan teoretiskt ringen öppnas på två olika sätt:



Riktningen vid ringöppningen vid här ifrågavarande reaktioner liksom vid analoga oxidreaktioner har förut ingående diskuterats i litteraturen, men — som författaren påpekar — vid de flesta tidigare undersökningarna har använts metoder, som måste betraktas som antingen osäkra eller helt felaktiga. Den metod, som i det refererade arbetet kommit till användning, var följande. De båda teoretiskt tänkbara isomera aminoalkoholerna har syntetiserats enligt metoder, som direkt bevisar deras konstitution. Hastighetskonstanten för båda dessas reaktioner med oxider har bestämts (I reagerar cirka 3 gånger snabbare än II). Den vid reaktionen oxid+NH_3 erhållna reaktionsprodukten fick så reagera med samma oxid. För alkyl-etylenoxider erhölls exakt samma k-värde för reaktionsblandningen som för isomer I, dvs. reaktionen förlöper enligt den översta formeln. Förklaringen till denna »ensidiga» ringöppning är troligen, att substituenten R utövar ett s. k. steriskt hinder mot NH_3-angreppet på den närbelägna kolatomen. — Ifråga om styroloxid (fenyletylenoxid) sker däremot ringöppning vid båda kolatomerna. Detta sammanhänger förmodligen med fenylgruppens speciella karaktär.

Effekten av införandet av olika alkylgrupper i etylenoxidmolekylen på reaktionshastigheten framgår av följande schema över hastighetskonstanternas storlek för några olika oxider av typen R—CH—CH_2 (R=alkyl).

$$Me > Et > n-Pr \sim n-Bu > n-Am > n-Hex$$

(Den största skillnaden föreligger mellan de tre förstnämnda grupperna.)

$$n-Pr > i-Pr$$

$$n-Bu > i-Bu > s-Bu \sim t-Bu$$

Hastighetskonstanten för tertiär butyl-etylenoxid är cirka 18 % av hastighetskonstanten för metyl-etylenoxid, dvs. effekterna är relativt stora.

Det är alltid svårt att avgöra, om en substituents inverkan på en viss reaktions hastighet orsakas av polära (elektriska) eller steriska

faktorer (de båda effekterna från en alkylgrupp verkar nämligen i samma riktning). Så är även fallet vid de här undersökta reaktionerna. Det har dock gjorts sannolikt, att vid några av oxiderna den polära effekten är dominerande, medan vid andra den steriska har störst inverkan (dvs. en substituent försvårar NH_3-angreppet inte bara på den närbelägna kolatomen (jfr ovan) utan även på den andra).

Ifråga om cykloalkenoxidernas reaktion har följande resultat erhållits:

cyklopentenoxid < cyklohexenoxid > cykloheptenoxid > cyklooktenoxid

dvs. cyklohexenoxid intar en intressant särställning. En möjlig förklaring till detta har givits i avhandlingen.

Hastighetskonstanterna för de undersökta aminernas reaktioner har diskuterats med utgångspunkt från amerikanen H. C. Browns teorier.

Bokanmälningar

R. E. Peierls, *The Laws of Nature*. George Allen & Unwin Ltd, London 1955, Pp. 284, 21s. net.

Prof. Peierls, en av de ledande teoretiska fysikerna i England, har i denna bok föresatt sig att ge en sådan framställning av fysikens lagar, att endast ett minimum av matematiska förkunskaper är nödvändigt. Boken är avsedd att kunna läsas utan speciella förkunskaper i fysik och omfattar därför såväl den klassiska som den moderna fysiken, varvid författaren på föredömligt sätt bemödar sig att få fram väsentligheterna.

Det är dock ett stort kunskapsstoff, som pressats in på ett begränsat utrymme, varför framställnnigen ibland blir väl knapphändig och ställer så pass stora krav på självständigt tänkande, att vissa förkunskaper och en viss vana vid fysikaliska betraktelsesätt torde vara nödvändiga för läsaren. Speciellt gäller detta enligt anmälarens uppfattning framställningen av relativitetsteorien.

Beskrivningen av den klassiska fysiken avviker ej mycket från det traditionella (omkastning av ett par interferensfigurer och felteckning i en annan har observerats). Tyngdpunkten ligger i framställningen av kvantmekaniken och dess tillämpningar på atom- och kärnfysik. På ett klart och koncist sätt presenteras här de senaste decenniernas landvinningar, varvid även så besvärliga ting som »Lamb shift» och den nyare utvecklingen av kvantmekaniken diskuteras. Dessa kapitel torde vara av intresse för många — även fackmän —, som önskar orientera sig om det aktuella läget inom fysiken. *Björn Bruno*

KARL MENGER, *Géometrie générale,* »Mémorial des sciences mathématiques nr. 124». Gauthier-Villars, Paris 1954, 81 p., 1000 fr.

Detta är en översikt över författarens med fleras arbeten om 2-punktsfunktioner $d(p, q)$ på topologiska rum. $d(p, q)$ är en »avståndsfunktion» med olika egenskaper, generalisationerna sträcka sig t. o. m. till slopande av triangelolikheten. Utan större förkunskap kan man roa sig med att bygga upp begrepp och satser ur differentialgeometrien enbart på avståndsfunktionen. Ett avsnitt härom förekommer (krökning utan derivator). Bland övriga avsnitt rekommenderas kapitlen om variationskalkyl och båglängd. Anmärkningsvärt och karakteristiskt är, att variationskalkylens direkta metoder icke utvecklas efter de linjer, som leda till tillämpningar på partiella differentialekvationer.

Göran Borg.

R. GOUYON, *Le problème de mécanique rationelle à l'agrégation.* Librarie Vuibert, Paris 1954, 255 p., 2000 fr.

Boken innehåller ett urval av problem, som äro givna för »agrégation» 1932—52, dvs. för tävlingen om lektorat mellan de sökande filosofie doktorerna, om svenska termer tillåtas.

För varje konkurrens gruppera sig frågorna kring ett enda problem, som diskuteras från olika synpunkter och därför blir desto mer givande. Lösningarna upptaga för var grupp ett dussin tryckta sidor. De äro icke svårare, än att civilingenjörer eller filosofie magistrar med AB kunna läsa dem och ha nöje av dem.

Läsaren bör tänka på, att förutsättningarna äro väl starkt idealiserade i fråga om sned stöt. Man får ej bli förvånad, om det eleganta resultatet skulle stämma dåligt med den motsträviga verkligheten.

Hilding Faxén

L. POLI / P. DELERUE, *Le calcul symbolique à deux variables et ses applications.* »Mémorial des sciences mathématiques nr. 127». Gauthiers-Villars, Paris 1954, 77 p., 1000 fr.

»Calcul symbolique» eller operatorkalkyl har kommit att betyda användning av Laplace-transformationen på lösning av differentialekvationer m. m. Den endimensionella L. t. är sedan länge ett standardhjälpmedel för matematiker och tekniker. Däremot har den tvådimensionella L. t. först på senare år studerats systematiskt. Vid användning av den endimensionella L. t. har man behov av att till så många funktioner som möjligt känna bildfunktionerna, medan antalet allmänna operationer på funktionerna (t. ex. derivering, integrering, faltning), vars bilder man måste känna, är relativt litet. För den tvådimensionella L. t. är förhållandet det motsatta: antalet funktioner, vars bilder man behöver känna, är litet, medan antalet operationer är stort.

I boken studeras den tvådimensionella L. t. (varvid dubbelintegralen antages vara absolut konvergent) med användningar på partiella differentialekvationer samt härledning av formler för vissa generaliseringar av Besselfunktioner och Laguerre-polynom. Tyvärr torde bokens framställning inte räcka till att ge läsaren tillräckligt material för att han på egen hand skall kunna använda transformationen. Boken avslutas med en mycket utförlig bibliografi. *Ulf Hellsten*

H. W. Reddick / F. H. Miller, *Advanced Mathematics for Engineers*, 3rd Ed. by F. H. Miller, John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. xiv+548, $ 6.50.

Detta är tredje upplagan av denna lärobok, som på basis av kunskaper i elementär differential- och integralkalkyl är avsedd för en högre kurs i matematik vid amerikansk ingenjörsutbildning. Till jämförelse kan nämnas att den till sin omfattning är mindre än motsvarande kurs, som läses av elektriker vid våra svenska högskolor. Boken innehåller de vanliga metoderna att lösa ordinära differentialekvationer samt visar hur man »löser» partiella differentialekvationer med variabelseparation. Av stort intresse är de många praktiska tillämpningar, varåt stort utrymme ägnas. Dessa är framförallt lånade från mekaniken, fysiken, hållfasthets- och elektricitetsläran. Vidare behandlas hyperboliska, elliptiska, Gamma-, Bessel- och Legendrefunktionerna. Dessa transcendenter är ju oumbärliga för den tillämpade matematiken. Särskilda kapitel ägnas dessutom oändliga serier, Fourierserier, vektoranalys, sannolikhetskalkyl, numerisk lösning av differentialekvationer, funktioner av komplex variabel samt operatorräkning. Kapitlet om sannolikhetskalkyl är emellertid ytterst föråldrat. Det innehåller enkel kombinatorik, Gauss' »härledning» av normalfördelningen, medelvärdets sannolika fel och standardavvikelse samt något om minsta kvadratmetoden men ger ingenting av den moderna statistiska metodik, som en tekniker har användning för. Framställningen av operatorräkningen borde nog också omarbetas. Den har i denna upplaga av boken piffats upp en smula med några löst påhängda paragrafer om Laplacetransformen, men huvudvikten är lagd på p-operatorn och Heaviside's expansionsteorem. Inversionsteoremet förekommer ej explicit men tillämpas i några exempel under namn av Bromwich's linjeintegral.

Författarnas avsikt är ej att ge en rigorös matematisk framställning, utan de vill lära läsaren att hantera det matematiska instrumentet. Trots de kritiska synpunkter, som här framförts, kan boken rekommenderas som en trevlig och lättläst introduktion till valda delar av den tillämpade matematiken. *Lennart Råde*

C. A. A. Wass, *An Introduction to Electronic Analogue Computers.* Pergamon Press Ltd, London 1955, Pp. 237, 40s. net.

Boken ingår i serien Electronics and Waves. Bidragen givas här i en rätt koncentrerad form för att göra det möjligt för en person med intressen i »electronics» att snabbt kunna tillgodogöra sig det för honom väsentliga.

Boken är baserad på idéer och erfarenheter från en arbetsgrupp vid Royal Aircraft Establishment, Farnborough. Detta är på sätt och vis naturligt, eftersom just flygtekniken åstadkommit den kanske största utvecklingen på analogimaskinområdet. Inom siffermaskinområdet har däremot utvecklingen inspirerats från ett betydligt större antal områden.

Framställningssättet är rent ingenjörsmässigt med en markerad diskriminering mellan differentialanalysatorn uppfattad som matematikmaskin och som simulator. Detta visar sig fruktbärande ur den synpunkten att man lätt får fram flera uppkopplingsmöjligheter för ett visst problem. Dessa få sedan bedömas ur stabilitets- och noggrannhetssynpunkt. Ytterligare faktorer äro hur många element som erfordras och hur lätt en parametervariation kan göras.

Den för analogitekniken typiska uppkopplingen av ett problem som ett eller flera återkopplade system behandlas. Antydningsvis påpekas analogien mellan den snabba insvängningen i ett feed-back system och en iterativ beräkning i en siffermaskin.

Den för elementaroperationerna (addition, integration, m. m.) samt för återkopplingen grundläggande likspänningsförstärkaren behandlas utförligt, särskilt med tanke på driftsproblemet.

Element för icke-lineära operationer, såsom multiplikation, funktionsgenerering (speciellt diodfunktionsgeneratorer) behandlas också utförligt.

Speciellt med tanke på nätverkssimulatorer behandlas frågan hur man med en enda förstärkare (men med fler passiva element i återkopplingsgrenarna) skall kunna generera operatorkvoter med p-potenser högre än 1. Själva nätverkssimulatorn behandlas ej. Detta är den enda antydan om andra maskintyper än differentialanalysatorn (av D.C.-A.C.- och repetitiv typ) som författaren ger. Bokens titel är dock så allmänt hållen, att åtminstone en översikt av andra metoder för simulering av ett problem än med återkoppling hade varit önskvärd. De ingenjörsproblem som kunna behandlas med denna differentialanalysatorteknik som grund äro dock många. En klassificering av de behandlingsbara problemen hade gott kunnat göras.

Ett särskilt kapitel är ägnat åt tillsatsapparater, såsom generatorer för excitationsspänningar (t. ex. generatorer för »random»-spänningar), utgångsorgan (skrivare) och likspänningsaggregat. Särskilt aggregat-

frågan behandlas uppenbarligen mot bakgrunden av praktisk erfarenhet av stora analogimaskiner.

Noggrannhetsfrågan behandlas så, att felen för de enskilda elementen (och mätmetoder härför) diskuteras.

Avslutningsvis beskrivas några engelska differentialanalysatorer, av vilka TRIDAC (en av världens största matematikmaskiner — även siffermaskiner inräknade) ger en uppfattning av den betydelse som simulatorerna ha speciellt för flygtekniska problem.

Sammanfattningsvis kan sägas att boken ger en mycket klar och lättillgänglig inblick i differentialanalysatortekniken. Även många av de allra sista framstegen inom elementutvecklingen äro beskrivna. Referenslistan (upptagande ett femtiotal referenser) kunde dock ha varit något fylligare. *Lars Löfgren*

E. A. Maxwell, *An Analytical Calculus.* Vol. I, Pp. 164, 15s. net, Vol. II, Pp. 272, 18s. net. Cambridge Univ. Press, 1954.

Detta är de två första volymerna av en elementär lärobok i differential- och integralkalkyl. I första volymen införes och diskuteras kontinuitet, derivata, bestämd och obestämd integral. Andra volymen börjar med att införa exponential- och logaritmfunktionerna och i fortsättningen behandlas Taylors serie, differentialgeometri, komplexa tal m. m. De två återstående delarna skall omfatta funktioner av flera variabler, partiell derivering, multipelintegraler, differentialekvationer och Fourierserier. Verket är ej avsett för universitetsstadiet utan för ett mer elementärt stadium. I framställningen hittar man ej heller många generella teorem men väl ett stort antal definitioner och räkneregler samt övningsuppgifter. Texten är synnerligen redig och klar och arbetet torde synnerligen väl passa som frivilligt enskilt arbete i realgymnasiet. Typografin är av bästa engelska märke och priset mycket överkomligt. *Lennart Råde*

M. A. Jaswon, *The theory of cohesion:* An outline of the cohesive properties of electrons in atoms, molecules and crystals, utgiven i Pergamon Science Series under rubriken Metal physics and physical metallurgy. Utgivare: Prof. G. V. Raynor. Pp. 245, 37s. 6d.

Boken vänder sig enligt utgivarens företal närmast till läsare, vilka redan äga en kvalitativ kännedom om de kvantmekaniska tankegångarna och metoderna, och som önska göra sig förtrogna med den kvantitativa matematiska behandlingen av de fasta kropparnas fysik med särskild tonvikt på metallernas problem. I introduktionen klargör emellertid författaren själv, att han icke avser att ge en direkt vägledning vid problemlösningar eller vid korrelation av teori och experimentella data.

För »fullständighetens skull» ha tre kapitel ägnats åt den icke-relativistiska vågmekanikens grunder. Dessa tre kapitel presentera ämnet i redig och lättflytande stil men ofta i så starkt förkortad form, att studierna med fördel kunna överflyttas till något av de standard-arbeten, på vilka förf. baserar sin framställning. På motsvarande underlag baseras de tre följande kapitlen, vilka i ordning behandla: heliumatomen, vätemolekylen och molekylbanemetoden.

Det sista kapitlet i boken handlar om kovalenta bindningar. Dess placering efter de avsnitt, som ägnas åt metallernas kohesiva egenskaper, kunde lätt ge anledning till förvåning, om man icke beaktade, att de av förf. behandlade metallteorierna väsentligen bortse från direkta kovalenta effekter och att Paulings betydelsefulla arbeten i denna riktning helt ignoreras. Ett kapitelavsnitt är rubricerat »Syremolekylen» men avhandlar vattenmolekylen i en form, som ger läsaren intrycket, att problemet är skäligen enkelt och i princip löst om man endast gör sig mödan att beräkna de energiintegraler förf. ställer upp. Författaren synes emellertid helt obekant med Lennard-Jones' och Pople's arbeten och med de mättade syrehybridernas avgörande inflytande på valensvinklar och laddningsfördelning. Det hade varit till fördel för diskussionen av övergångsmetallernas teori om förf. i stället verkligen ägnat sig åt syremolekylen och på basis av den tidigare behandlade molekylbanemetoden visat varför grundtillståndet för O_2 är en paramagnetisk sigma-triplett.

Den återstående delen av boken, 53 sidor av 225, ägnas i två kapitel åt metallernas teori och Wigner-Seitz-approximationens tillämpning på metallproblemet. Framställningen är i stort väldisponerad och, inom ramen för de refererade teorierna, klar men synes väl formalistisk för den åsyftade läsekretsen. Författaren underlåter att diskutera det fysikaliska underlaget för Brillouin-zonernas teori, dess sammanhang med Born-Karmáns cykliska randvillkor och de kristallina systemens randpotentialproblem. I samband härmed avstår han även vid diskussionen av bandapproximationen från att belysa dess intima sammanhang med teorin för kristallernas termiska svängningsspektra och gittersvängningarnas inverkan på ledningsbanden och Fermienergin. Begränsningen till synpunkter karakteristiska för de refererade teorierna och en viss förkärlek för modeller av typen »particle in a box» gör ofta ämnesbehandlingen mindre njutbar för en läsare, som är mera intresserad av fysikaliska händelseförlopp än av fenomenologiska beskrivningar.

Utelämnandet av Paulings arbete rörande metaller avspeglar en brist på intresse för nya teoretiska angreppsvägar, som tar sig uttryck i författarens uttalade motvilja mot elektronplasmateorin, vilken kategoriskt avvisas som en olycklig störning av en i övrigt harmonisk

analys av kohesionsmekanismens problem. På ett undantag när röna de för kohesionsproblemens lösning så betydelsefulla molekylteoretiska arbeten, som bedrivas av Uppsalagruppen, samma öde.

Bokens mest värdefulla avsnitt utgöra, enligt referentens mening, dels den klara och översiktliga jämförelse, som anställes mellan Zeners och Heisenbergs teorier för ferromagnetika, och dels behandlingen av elektronfördelningsproblemen i legeringar. Båda avsnitten återspegla en personlig förtrogenhet med ämnet, som gör framställningen levande och mycket läsvärd. Även om man i allt icke kan godtaga författarens argumentering känner man sig berikad och stimulerad av den utpräglat konstruktiva formuleringen av problemen. *E. Forslind*

I. C. Whitfield, *An Introduction to Electronics for Physiological Workers.* Macmillan, London 1953, Pp. 236, 18s. net.

Elektroniken blir ett alltmer värdefullt hjälpmedel för arbetare inom de biologiska och medicinska facken. Författaren, fysiolog vid universitetet i Birmingham, avser att göra läsaren bekant med de elektroniska hjälpmedeln inom fysiologien. Han bortser helt från kemiska tillämpningar, titreringsregistreringar o. d. Kursens innehåll befinnes endast obetydligt avvika från en traditionell elementär teleteknisk elektronikkurs. Texten är omsorgsfullt formulerad, klar och enkel, utan att därför vederhäftigheten blir lidande.

Det vore föga givande att uppräkna kapitelrubrikerna. Av större intresse är att framhålla några speciella synpunkter på biologiska mätningar och elektronisk apparatur. Dit hör främst mottaktprincipens fördelar i och för avstörning. Utrymme reserveras åt mottaktkopplade ingångssteg och preparatsonder i samband med en diskussion av den verksamma spänningens symmetriska och osymmetriska komposanter. De frekvenser som förekomma hos biologiska emk, i nervbanor m. m., äro relativt låga, mest under 10 000 p/s, och i många fall ligga de långt under det vanliga teletekniska registret, såsom en bråkdel av 1 p/s. En omedelbar följd blir att likspänningsförstärkaren (den direktkopplade förstärkaren) blir en av de viktigaste apparaterna, medan de många problemen med höga frekvenser kunna skjutas åt sidan.

Författaren ägnar en hel del utrymme åt stabilisering av spänningskällorna; man frågar sig om detta är så nödvändigt, eftersom biologen här kan använda färdig kommersiell apparatur.

Det är intressant att se, huru pulsteknikens hjälpmedel finna användning, såsom den katodkopplade pulsstyrda enperiodsmultivibratorn (»flip-flop»). — Gasrör (främst tyratronen) och störningar få var sitt kapitel, det senare mycket nyttigt.

Några grundligare insikter i elektronik får läsaren naturligtvis inte

i denna lilla volym, men han konfronteras med de mättekniska problemen och får ständigt stimulans att gå vidare; tråkigt har han aldrig. — Boken användes som läsebok vid en av anmälaren ledd kurs i elektronik för medicinare, anordnad innevarande år av Svenska Teknologföreningen i samverkan med Svenska Läkaresällskapet.

E. T. Glas

M. Goeppert Mayer / J. Hans Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. 493, $ 7.50.

Den kanske viktigaste upptäckten inom kärnfysiken under de senaste åren är iakttagelsen att atomkärnorna liksom elektronhöljena är uppbyggda i »skal». Denna tanke framkastades samtidigt och oberoende av varandra av Maria Goeppert Mayer i Chicago och en forskargrupp i Tyskland bestående av J. Jensen, O. Haxel och M. Suess. Detta skedde 1949 och innebar upptakten till en synnerligen intressant och givande utvecklingsperiod inom kärnfysiken, som fortfarande pågår i praktiskt taget oförminskad takt.

Ett speciellt attraktivt drag i den nya teorin för atomkärnornas uppbyggnad är dess åskådlighet och dess möjligheter att låta sig experimentellt prövas i olika avseenden. För närvarande kan man fastställa, att skalteorin har stått sig över förväntan men att den i vissa avseenden behöver kompletteras. Speciellt gäller detta vissa fenomen som endast kan förklaras, om man antar att kärnorna har egenskaper som i vissa avseenden påminner om molekylernas. Alla dessa frågor är ingående diskuterade i den föreliggande boken, som dock knappast kan betecknas som »elementary», om man därmed avser att den förutsätter små förkunskaper. *Kai Siegbahn*

David Halliday, *Introductory Nuclear Physics.* 2nd Ed. John Wiley & Sons Inc., New York 1955, 493 pp., $ 7.50.

D. Hallidays uppskattade lärobok i kärnfysik föreligger i ny upplaga, i vilken mycket av de senaste årens forskningsresultat introducerats. Åtskilliga partier äro omarbetade, och mera perifert material har fått minskat utrymme; boken är också delvis omdisponerad. Förändringarna äro bl. a. följande: ett kapitel om elementär kvantmekanik är nytt; det gamla avsnittet om kärnkrafter har delats, så att tvånucleon-system fått ett eget kapitel; α- och γ-emission behandlas i skilda kapitel, och till det senare har »internal conversion» överförts från den gamla β-sönderfallsframställningen; γ-strålning har fått en mera detaljerad behandling; kärnreaktionskapitlet har nytt utseende etc.

Som exempel på nyintroducerat material kan nämnas Bohr-Mottelsons kärnmodell; π_0-mesonen. K-partiklar och hyperoner; nya

β-spektrometrar och fokuseringsmetoder. Referenserna — som gå fram till 1954 — äro sammanförda till bokens slut och ordnade i tidsföljd under varje författarinitial.

Trots de införda nyheterna har den nya upplagan genom bearbetningen fått ungefär samma omfång som den föregående. Den är välkomponerad, trevligt skriven och up to date. *Lennart Minnhagen*

O. S. Heavens, *Optical Properties of Thin Solid Films.* Butterworths, London 1955, Pp. 261, 35s.

De tunna skiktens fysik har blivit alltmera uppmärksammad under senaste årtiondet. Detta hänger framför allt samman med att man kan framställa dem på ett avsett och kontrollerat sätt i en vakuumkammare genom att förånga metallen eller metalloiden i en uppvärmd degel och låta molekylstrålarna träffa den yta som skall beläggas.

Vidare har användningsområdena för skikt av den tjocklek som är aktuell, från några tiotal Å till några mikron, starkt ökat. Elektronmikroskopin har behövt dem och samtidigt avslöjat mycket av deras struktur, de har fått betydelse som antikorrosionsbeläggning på metaller, men framför allt har de optiska användningarna blivit allt flera. Interferensfilter av skiktade sådana lager tillverkas nu med alldeles bestämda egenskaper i fråga om bandbredd och intensitetsfördelning i spektrum, man tillverkar speglar enbart av icke-metaller som kan reflektera upp till 98 % för en bestämd våglängd eller släpper igenom praktiskt taget all den infraröda värmestrålningen, och man kan belägga en plan glasskiva med ett skikt av önskad tjocklekskvariation för att få asfäriska optiska komponenter.

Många svårigheter lurar emellertid på den som ägnar sig åt denna nya gren av optiken. De optiska konstanterna är föga noggrant kända, och orsaken är i regel att strukturen hos de tunna skikten är olika från fall till fall. Denna beror i hög grad på temperaturer, vakuum och förångningshastighet vid framställningen.

En ung framgångsrik forskare på området, verksam vid Readinguniversitetet, har funnit tid att ge den första samlade framställningen av detta moderna område. Trots sitt ringa omfång ger den en klar och värdefull översikt över de tunna skiktens fysik och särskilt deras optik. Särskilt tacknämligt är, att vågutbredningsteorin framställes så koncist: brist på enhetlig beteckning och lämplig metod försvårar ofta i onödan tillämpningen av den även i sig själv rätt mödosamma matematiken. Mätmetoderna får en tillbörligt noggrann behandling.

Boken är alltså nödvändig och välkommen inom de områden av modern teknisk fysik som i något sammanhang använder sig av de tunna skiktens intressanta egenskaper. *Erik Ingelstam*

C. F. Powell / I. E. Campbell / B. W. Gonser, *Vapor Plating.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, 1955, Pp. 158, $ 5.50.

Att belägga ett metalliskt föremål med en annan metall brukar ske på endera av två sätt. Antingen doppas föremålet i smält metall (zink eller tenn) eller också nedsänkes det i ett elektrolytbad, där den önskade metallen utfälles på galvanisk väg (förnickling, försilvring etc.). När det gäller icke-metalliska föremål måste man använda vissa förbehandlingar av ytan, t. ex. grafitering, för att få den ledande. Även Shoops metod med metallsprutning har fått en viss teknisk användning. I föreliggande monografi redogöres för ytterligare en metod, som kommer till användning i vissa fall: utfällning av metall från ångfas på föremålet. Föremålet kan befinna sig i vakuum och metallen kan destillera över och kondensera på det kalla föremålet (aluminium på astronomiska speglar) eller också kan föremålet vara *varmt* och en gasformig metallförening sönderdelas och avsätta ren metall på föremålet (kisel utfälles från en blandning av kiseltetraklorid och vätgas). På detta sätt kan man framställa fotoceller, likriktare, transistorer m. m.

Boken refererar ett stort antal uppsatser och ger omfattande litteraturanvisningar. Ett nytt område inom tekniken har öppnats med nya möjligheter, ty de ur ångform utfällda metallerna ha ofta oväntade egenskaper med avseende på ledningsförmåga, hårdhet och elasticitet.

J. Tandberg

Gay / Fawcett / McGuinnes, *Mechanical and Electrical Equipment for Buildings.* 3rd Ed. Wiley, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. 564, $ 8.50.

Föreliggande utgåva, som Charles De van Fawcett, professor i elektroteknik, och William J. McGuinnes, professor i arkitektur, svara för, är i jämförelse med de två föregående (1936 och 1945) enligt uppgift avsevärt utvidgad och moderniserad.

Boken är uppdelad i 31 kapitel, varav de 21 första behandla mekanisk och sanitär utrustning av större och mindre byggnader för enskilt och allmänt bruk. Som exempel på innehållet i denna del kan nämnas beskrivning av vattnets förekomst i naturen, dess rening, lagring, distribution och avlopp. Vidare ingår en omfattande behandling av byggnaders värmeproblem ur såväl teoretisk som praktisk synpunkt med detaljerad beskrivning av olika värmesystems principiella och praktiska utformning. Fem kapitel ge läsaren god inblick i luftens nyttiga och onyttiga egenskaper, luftkonditionering samt tekniska problem och konstruktiv utrustning i samband härmed. Man får det intrycket, att den »naturliga» luftens ersättning med konditionerad sådan närmast är en parallell till sopborstens ersättning med damm-

sugaren — först betraktad som lyx och sedan som nödvändighetsvara. Något kyltekniskt avsnitt förekommer inte men skulle troligen kunnat passas in i sammanhanget.

Den elektriska delens första kapitel innehåller elementär lik- och växelströmslära. Därefter behandlas den elektriska kraftens lokala distribution och installation. Efter genomgång av lik- och växelströmsmotorer samt transformatorer (principer och tillämpningar) följer en synnerligen allsidig belysningsteknisk utredning.

Bokens sista kapitel ägnas hissar och rulltrappor samt lämpliga avsnitt ur akustiken. Bullerproblemen borde kanske ha fått något större utrymme.

De olika avsnitten ha fått en ingående och allsidig behandling ur såväl teoretisk som praktisk synpunkt. Framställningen är väldisponerad och lättfattlig och stödes av talrika välgjorda, instruktiva och principiellt klargörande figurer, som kunna tjäna som mönster för hur en bok bör illustreras. Uträknade typexempel demonstrera användningen av bokens många tabeller och diagram. Data äro angivna i engelsk-amerikanska enheter. Omräkningstabell för MKSA-enheter saknas tyvärr. Varje kapitel avslutas med ett antal väl valda frågor samt bokreferenser.

Boken är utmärkt som lärobok (även för självstudier) och som handbok för den praktiskt verksamme teknikern.

K. E. Bäcklin

Felix Haurowitz, *Biochemistry — An Introductory Textbook.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955. Pp. 485, $ 6.75.

Författaren till denna lärobok är alltför välkänd bland biokemister för att närmare behöva bli presenterad. Att han skriver sina böcker på ett klart och lättfattligt språk, ha hans tidigare verk tydligt gett bevis på. Man kan sålunda förvänta, att den elementära men utförliga lärobok i biokemi, som Haurowitz nu tagit sig tid att skriva, är en bra bok. Och man blir icke besviken.

Dispositionen skiljer sig från den man vanligen finner i böcker av detta slag. Haurowitz har gått ifrån föråldrade definitioner på biokemi, såsom »naturprodukternas kemi» eller »kemisk fysiologi», och byggt upp hela framställningen kring biokemiens verkligt betydelsefulla problem, dvs. de metaboliska processer som försiggå i levande celler och vävnader. Den moderna biokemien lär oss, att dessa reaktioner äro likartade i djur och växter och encelliga organismer; uttrycket »unity of biochemistry» har sålunda visat sig vara en realitet, även om dess riktighet varit under livlig debatt de senaste åren. Det finns med andra ord en »allmän biokemi», och det är detta författaren till denna lärobok tagit fasta på. Det är dock sant,

att mycket av vår biokemiska kunskap framsprungit ur studier av den mänskliga organismen; bokens sista kapitel diskuterar därför det som är biokemiskt karakteristiskt för människan, den kemi som ibland kallas fysiologisk. I övrigt är biokemiens allmänna grundprinciper diskuterade i logiskt på varandra följande kapitel.

Stilen är, som redan antytts, utomordentligt klar. Dispositionen är logisk i nästan alla delar. Att behandla enzymerna och deras egenskaper efter genomgången av omsättningsprocesserna för olika ämnesgrupper kan dock diskuteras, men man serveras i denna förträffliga bok redan på sidorna 2—11 en koncentrerad och lättfattlig framställning av vitaminernas, enzymernas, hormonernas, etc. roll i biokemiska system, med hänvisning till de mera utförliga kapitlen.

»Fruton & Simmonds» har tidigare prisats i dessa spalter (Elementa *36*, 283, 1953) som lämplig universitetslärobok på licentiatstadiet. Blivande filosofie magistrar i ämneskombinationen kemi-biologi ha nu i »Haurowitz» en utmärkt källa för biokemiskt vetande; det går lätt att skaffa sig detta och ger mersmak av en aktuell och snabbt expanderande vetenskap. *Klas-Bertil Augustinsson*

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok. Åttonde årg. 1953/54. Stockholm 1955, 229 sid., kr. 10:—. Distr.: A. B. Nordiska Bokhandeln, Stockholm.

Naturvetenskapliga forskningsrådets årsbok är en förnämlig publikation, som hedrar vårt land. Serien bör ägas av varje naturvetenskapligt intresserad svensk.

Den inledande breda översikten ges i föreliggande årgång av professor Arne Fredga, som behandlar »Några aktuella områden inom organisk kemi».

Professor Bertil Lindblad skriver om ett planerat kooperativt observatorium i Sydafrika.

Årgångens specialiserade översiktsartiklar utgöras av en rikt illustrerad uppsats om radioastronomi av laborator Nicolai Herlofson vid Tekniska högskolan och en artikel om polarisation av nukleoner av fil. lic. Helge Tyrén vid Gustaf Werners institut för kärnkemi.

I kapitlet »Översikt av undersökningar, som utföras med stöd av rådet» lämnas orientering om forskningsverksamheten vid Tekniska högskolans institution för elektronik av professor Hannes Alfvén och medarbetare; docent Klas-Bertil Augustinsson, Stockholms högskola, behandlar det synnerligen aktuella enzymsystemet acetylcholin--cholinesteras.

I årgången förekommer vidare ett flertal biologiska uppsatser, vilka bl. a. med hänsyn till instrumenteringen äro av intresse även utanför biologernas krets.

Den känsliga frågan om de svenska naturvetenskapliga doktorsavhandlingarna behandlas i ett särskilt kapitel av överbibliotekarien Carl Björkbom, som föreslår en mindre kostnadskrävande och mera effektiv anordning för spridning av kännedom om doktorandernas forskningsresultat och ifrågasätter om en sådan anordning kan åstadkommas utan att man slopar kravet på offentlig granskning av doktorandernas lärdomsprov och därmed publiceringskravet för doktorsavhandlingarna.

Kapitlet »Rådets verksamhet i övrigt» innehåller mycket av intresse. I slutkapitlet ingår liksom i tidigare årgångar »katalog» över forskare och forskningsuppgifter.

Årsboken kan erhållas genom bokhandeln eller direkt från rådet (adress Bromma, postgiro 18 36 96). För studerande vid universitet och högskolor är priset 6 kronor vid direktrekvisition med uppgift om läroanstalten. *Torsten Jönsson*

P. Lapadu-Hargues, *Precis de Mineralogie*. Masson & Cie, Paris 1951. 312 p., 2200 fr.

Den mycket prydligt tryckta boken är avsedd som elementär lärobok i mineralogi. Framställningen börjar med definitioner av begreppen kristall och mineral för att sedan övergå till morfologisk beskrivning av kristaller. De sju kristallsystemen definieras på grundval av optimala (holoedriska) symmetrin. Detta är vilseledande och kan icke försvaras som nödvändig förenkling. Vid beskrivning av kristallernas morfologi följer författaren det i Frankrike vanliga Levysystemet. Då Levy's beteckningar enbart används i Frankrike, medför detta att boken förlorar mycket av sitt värde för svenska läsare.

Efter kapitlet om morfologisk kristallografi följer väl skrivna kapitel om kristallernas fysikaliska och kemiska egenskaper.

Två tredjedelar av boken ägnas åt deskriptiv mineralogi. Här skulle man gärna velat se en modernare framställning. Det är förvånansvärt att nästan ingen hänsyn tages till mineralens kristallstruktur. Inte en enda bild av mineralens inre uppbyggnad går att upptäcka i boken. Mineralens kemiska formler, såsom de anges i boken, ger ingen som helst uppfattning om det väsentligaste — nämligen om atomernas inbördes förhållanden. *Otto Mellis*

H. Rheinboldt, *Chemische Unterrichtsversuche*. Herausgegeben von O. Schmitz-Du Mont. 4. Aufl., Th. Steinkopff, Dresden 1955, 352 s., kr. 18:20.

Den för ett tjugutal år sedan utkomna första upplagan av denna högt skattade handledning har nu i något förändrad och tillökad form, speciellt rörande gasreaktioner och elektrokemi, utgivits av R:s med-

arbetare och efterträdare vid universitetet i Bonn. Den innehåller 242 större experiment, väl genomprövade och utförligt beskrivna i alla detaljer, och drygt 150 smärre försök, allt illustrerat med 122 bilder. Historiska notiser och litteraturhänvisningar komplettera framställningen.

Boken är ej avsedd för elevlaborationer eller som ledning vid den elementära undervisningen utan vill vara en tillförlitlig och exakt handbok för lärare på gymnasie- och högskolestadiet samt behandlar både oorganisk och en del organisk och fysikalisk kemi. För en handledare vid undervisning i experimentell kemi med tonvikten på demonstrationsexperiment och för gymnasiernas kemiinstitutioner är boken en frestande guldgruva. *E. Nordefeldt*

Författare i detta häfte: lektor S. Andersson, Lund; docent K.-B. Augustinsson, Stockholm; prof. G. Borg, Stockholm; lektor B. Bruno, Östersund; lektor K. E. Bäcklin, Hälsingborg; lektor B. Bäcklund, Norrköping; docent G. Ekspong, Uppsala; lektor B. Englund, Uppsala; prof. H. Faxén, Stockholm; docent E. Forslind, Stockholm; tekn. dr E. Glas, Stockholm; lektor B. Gustaver, Stockholm; fil. dr J. Hansson, Lund; laborator U. Hellsten, Stockholm; lektor O. Hemer, Linköping; fil. dr H. Hertz, Lund; lektor F. Hjerting, København; docent L. Huldt, Stockholm; docent E. Ingelstam, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; lärov.adj. J. Klein, Uppsala; tekn. lic. L. Löfgren, Stockholm; docent O. Mellis, Stockholm; laborator L. Minnhagen, Lund; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; docent J. Nyström, Stockholm; rektor Hj. Olson, Djursholm; fil. lic. J. Porath, Uppsala; fil. dr J. Rydberg, Stockholm; fil. lic. L. Råde, Göteborg; lektor L. Sandgren, Malmö; lektor G. Starck, Stockholm; prof. J. Tandberg, Stockholm; lektor Hj. Trane, Jönköping; lärov.adj. E. Wetterwik, Stockholm.

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall Ltd., London 1956:
R. L. Sproull, *Modern Physics for Engineers.* Pp. 491, $ 7.75.
D. W. Hall / G. L. Spencer II, *Elementary Topology.* Pp. 303, $ 7.00.
N. H. Ceaglske, *Automatic Process Control for Chemical Engineers.* Pp. 228, $ 6.75.
R. P. Hoelscher / C. H. Springer, *Engineering Drawing and Geometry.* Pp. 520, $ 8.00.
Design of Piping Systems by the M. V. Kellogg Co. Sec. Ed. Ph. 365, $ 15.00.
Sratton/Morse/Chu/Little/Corbató, Spheroidal Wave Functions. Pp. 613, $ 12.50.

McGraw-Hill Book Co., New York, Toronto, London 1955:
H. E. Newell, Jr., *Vektor Analysis.* Pp. 216, 41 s. 6d.
R. E. Treybal, *Mass-Transfer Operations.* Pp. 666, 71 s. 6d.
Chemical Processing and Equipment. Prepared by the United States Atomic Energy Commission. Pp. 316, 45 s. net.
Neutron Cross Sections. Prepared by the United States Atomic Energy Commission. Pp. 363, 90 s. net.

L. Mirsky, *An Introduction to Linear Algebra.* Clarendon Press, Oxford 1955, Pp. 433, 35s. net.

L. C. Martin, *Geometrical Optics.* Pitman & Sons, London 1955, Pp. 215. 32s. 6d. net.

S. Tolansky, *An Introduction to Interferometry.* Longmans, Green & Co. London 1955, Pp. 223, 21s. net.

E. R. Andrew, *Nuclear Magnetic Resonance.* Cambridge Univ. Press 1955. Pp. 265, 35s. net.

C. C. Lin, *The Theory of Hydrodynamic Stability.* Cambridge Univ. Press 1955, Pp. 155, 22s. 6d. net.

H. L. Penman, *Humidity.* The Institute of Physics, London 1955, Pp. 71, 5s. net.

Science Progress, Vol. XLIV, Jan. 1956. E. Arnold, London.

Discovery, Vol. XVI: 12. Dec. 1955, Vol. XVII: 1—2, Jan.—Febr. 1956. Jarrold & Sons, Norwich.

Colloque sur les questions de réalité en géométrie. Tenu à Liège 23 –26 mai 1955. G. Thone, Liège, Masson & Cie, Paris 1956, 190 p., 1900 fr. français.

P. van Rysselberghe, *Electrochemical Affinity.* »Actualités Scientifiques et Industrielles» nr. 1237. Hermann & Cie, Paris 1955, 109 p., 1200 fr.

Gauthier-Villars, Paris 1955, 1956:

R. Brisac, *Exposé élémentaire des principes de la géométrie Euclidienne.* 77 p., 1200 fr.

P. Février, *L'interprétation physique de la mécanique ondulatoire et des théories quantiques.* 216 p., 3200 fr.

H. Arzeliès, *La cinématique relativiste.* 228 p., 2500 fr.

M. H. Pailloux, *Élasticité.* »Memorial des Sciences Mathém.» nr. 132, 89 p., 1000 fr.

M. A. Tonnelat, *La théorie du champ unifié d'Einstein.* 156 p., 2500 fr.

A. Denjoy, *Articles et mémoires.* Deux vol. I. La variable complexe, II. Le champ réel. 1108 p., 5100 fr.

F. Pollaczek, *Sur une généralisation des polynomes de Jacobi.* »Mémorial des Sciences Mathém.» nr. 131, 55 p., 1000 fr.

W. Prandtl, *Deutsche Chemiker in d. ersten Hälfte des 19. Jahrh.* Verlag Chemie, Weinheim / Bergstrasse 1956, 352 S., DM 29.50.

R. Krzikalla, *Rechentafeln zur chemischen Elementar-Analyse.* Verlag Chemie 1956, 232 S. RM 12.—.

C. E. Sjöstedt / S. Thörnqvist, *Analytisk geometri och funktionslära.* För allm. linjen o. reall. biol. gren. Natur & Kultur, Stockholm 1955, 162 s., kr. 7: 50.

Svenska Bokförlaget, Stockholm 1955:

L. Lindestam, *Övningsuppg. i handelsräkning.* 48 s., kr. 2: 90.

Hedström/Rendahl/Ekbom/Hilding, *Funktionslära och analytisk geometri.* För reall. biol. o. allm. linjen. 73 s., kr. 4: 25.

Olson/Hjalmars, *Kortfattad stereometri.* För gymnasiets biol. o. sociala grenar. 30 s., kr. 2: 20.

Wahlström/Nilsson, *Studentuppg. i fysik,* t. o. m. v.t. 1955. 116 s., kr. 3: 50.

Beckman/Wetterblad/Lindahl, *Fysik för enhetsskolan. Optik.* 44 s., kr. 2: 25.

Leden/Lundberg, *Lärobok i kemi.* För AI och AII. 122 s., kr. 4: 50.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2028) *En regelbunden dodekaeder och en regelbunden ikosaeder äro omskrivna kring samma klot (eller inskrivna i samma klot). Bestäm förhållandet mellan kropparnas volymer utan att beräkna dem var för sig.* *X.*

2029) *I varje triangel är* $(p-b)(p-c):bc=\sin^2\frac{1}{2}A$. *Visa detta utan annan trigonometri än definitionen av sinus.* *X.*

2030) *Bestäm heltalslösningarna till ekvationssystemet* $y^3=5x+2$, $x^3=5z+2$. *D. F. L.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

2031) Förenkla uttrycket $\sqrt[n]{x\cdot x^2\cdot x^3\ \dots\ x^n}:\sqrt[2n]{x\cdot x^3\cdot x^5\ \dots\ x^{2n-1}}$.

Svar: $\sqrt{x}$.

2032) Visa, att uttrycket $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2(\alpha-\beta)+2\cos\alpha\cos\beta\cos(\alpha-\beta)$ har samma värde för alla vinklar.

Svar: 2.

2033) Sidorna i en parallellogram äro a och b $(a>b)$. Ytan är $\frac{1}{2}(a^2-b^2)$. Bestäm vinkeln mellan diagonalerna.

Svar: 45°.

2034) I den spetsvinkliga triangeln ABC förenas den omskrivna cirkelns medelpunkt O med hörnen. Om ett av mätetalen till de tre triangelytorna BOC, COA och AOB är medeltalet till de båda andra, så är även ett av talen tg A, tg B och tg C medeltalet till de båda andra.

2035) Linjen AB är diameter i en halvcirkel. På samma sida om AB ritas en cirkelbåge AB, vars medelpunktsvinkel är 90°. M är en punkt på sistnämnda båge och N en punkt på halvcirkeln. De båda punkterna äro så belägna, att medelpunktsvinklarna för bågarna AM och AN äro $\alpha°$ resp. $2\alpha°$. I vilket förhållande delas ytan mellan bågarna AB av linjen MN?

Svar: $\operatorname{tg}^2\alpha$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2031—2040 äro insända av *X*.

2036) En rät vinkel har sin spets på y-axeln, ena benet går genom punkten (3; 4), det andra skär x-axeln i P. Sök maximum av sträckan OP, där O är origo.

Svar: $1\frac{1}{3}$ längdenheter.

2037) Man har $y=f(x):(x-a)$. Visa, att $y'''(0)=-6f(a):a^3$, om $f(x)$ är ett polynom av högst tredje graden.

2038) På en jordglob äro A och B punkter på ekvatorn och N ena polen. Storcirkelbågarna AB, AN och BN äro alla 12 cm. En punkt på globen ligger 6 cm från N och 8 cm från A. Beräkna avståndet PB, om alla avstånd äro storcirkelbågar.

Svar: 8 cm eller 16 cm.

2039) Koordinataxlarna äro symmetriaxlar till en liksidig hyperbel, asymptoter till en annan hyperbel. Visa, att kurvorna råkas under räta vinklar.

2040) Punkten P rör sig på den i första axelvinkeln liggande delen av räta linjen $y=1$. Punkterna $A(\sqrt{2};\ 0)$, $O(0;\ 0)$ och $B(-\sqrt{2};\ 0)$ förenas med P. Sök det största värde skillnaden mellan vinklarna OPA och OPB kan nå.

Svar: 45°.

Lösningar till uppg. 2001—2003

2001) *I triangeln ABC tangera de vidskrivna cirklarna resp. sidor i A_1, B_1, C_1. Om cirklarnas ytor äro i aritmetisk serie, gäller detsamma om de cirklar, som ha radierna AA_1, BB_1, CC_1.* *X.*

I triangeln AI_aA_1, där I_a är centrum för den vidskrivna cirkeln, är $I_aA_1=r_a=AI_a\sin\frac{1}{2}A$ och vinkeln $A_1I_aA=\frac{1}{2}(B-C)$. Enligt cosinusteoremet erhålles $AA_1^2=r_a^2+AI_a^2-2AI_a^2\sin\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}(B-C)$. Men $2\sin\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}(B-C)=2\cos\frac{1}{2}(B+C)\cos\frac{1}{2}(B-C)=(\cos A+\cos B+\cos C-1)+(1-\cos A)=k+2\sin^2\frac{1}{2}A$. Då vidare $AI_a^2=p^2+r_a^2$, följer $AA_1^2=-kr_a^2+k_1$, där k och k_1 äro i triangelns sidor och vinklar symmetriska uttryck. Följaktligen gälla även $BB_1^2=-kr_b^2+k_1$ och $CC_1^2=-kr_c^2+k_1$, och satsen är bevisad. *X.*

Även löst av *Sb.*

2002) *Mittpunkterna på sidorna AB, BC, CD, DA av den i en cirkel O inskrivna konvexa fyrhörningen $ABCD$ äro resp. A_1, B_1, C_1, D_1. Härled ett lineärt, homogent samband mellan produkterna $AB\cdot OC_1$, $BC\cdot OD_1$, $CD\cdot OA_1$, $DA\cdot OB_1$.* *V. Thébault*

I. Om $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $DA=d$ äro sidorna i en konvex inskrivbar fyrhörning och n_a, n_b, n_c, n_d resp. sidors avstånd från en *inre* punkt P, så är $an_c+cn_a=bn_d+dn_b$.

Bevis: Diagonalen $AC=e$, uppfattad som en vektor riktad från A till C, uppdelas i komposanter från A längs AD och AB. Av sinusteoremet och dess tillägg ($a=2R\sin A$) följer, att dessa ha längderna $be:f$ resp. $ce:f$, då $BD=f$. På samma sätt kan vektorn CA riktad från C till A ersättas med två komposanter längs CD och CB. Deras längder äro $ae:f$ och $de:f$. Men AC och CA äro i jämvikt, och detsamma gäller systemet av de fyra komposanterna. Deras moment kring P taga ut varandra, varav satsen. Avstånden från P till de sidor, som P överskridit under sin vandring till en yttre punkt skola införas med minustecken, om relationen skall gälla för sådana P-lägen. *X.*

II. Sätt $z=an_c+cn_a-bn_d-dn_b$. Då två av de fyra storheterna n t. ex. n_c och n_d kunna lineärt uttryckas i de båda andra n_a och n_b, blir z en lineär funktion av n_a och n_b. Om då $z=0$ i tre punkter, som ej ligga i rät linje, gäller $z=0$ för alla punkter i fyrhörningens plan. För ett hörn A är $n_a=n_d=0$. Om projektionerna av A på BC och CD äro A_1 resp. A_2, äro trianglarna ABA_1 och ADA_2 likformiga, varav $a:d=n_b:n_c$ eller $an_c-dn_b=0$. P. s. s. visas relationen $z=0$ för hörnen B och C. *S. B.*

2003) *Lös ekvationen* $1:(ab+a+1)+1:(bx+b+1)+1:(ax+x+1)=1$. *X.*

I. Sätt $(bx+b+1):(ax+x+1)=t$, så fås $(bx+b+1):t=(ax+x+1):1=$ $=(abx+ab+a):at=(abx+bx+b):b=(ab+a+1):(at-b+t)$, dvs. $bx+b+1=nt:m$ och $ax+x+1=n:m$, om $ab+a+1=n$ och $at-b+t=m$. Insättning i den givna ekvationen leder till $m:nt+m:n+1:n=1$ eller $m+mt=nt-t$ eller $at-b+t+at^2-bt+t^2=abt+at$ eller $t-b+t(t-b)+$ $+at(t-b)=0$, varav $t_1=b$ och $t_2=-1:(1+a)$. Till sist erhålles $x_1=1:ab$ och $x_2=-(ab+a+b+2):(a+1)(b+1)$. *S. B.*

II. Sättes $ab+a+1=p$, $bx+b+1=q$, $ax+x+1=r$ (S), antar den givna ekv. (1) formen $1/p+1/q+1/r=1$ eller $pq+pr+qr=pqr$ (2). Elimineras a och b i systemet (S), får man ekvationen $px^2+(p+q-r)x+q-rq=0$ (3). Dess diskriminant är $D=(p+q-r)^2-4p(q-rq)$. Beaktar man sambandet (2), kan diskriminanten skrivas $D=(p+q+r)^2$ och rötterna till (3) blir då $x_1=r/p$ och $x_2=-(p+q)/p$. Härav fås enligt systemet (S) $x_1=(ax_1+x_1+1):(ab+a+1)$, varav $x_1=1/ab$, $x_2=-(ab+a+1+bx_2+b+1):$ $:(ab+a+1)$, varav $x_2=-(ab+a+b+2):(ab+a+b+1)$. *Sb.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Januari 1956

Matematiska uppgifter för latinlinjen[1]

1. I ekvationen $x^2-(2m+2)x+5m+1=0$ är den ena roten -2. Bestäm konstanten m och ekvationens andra rot.
2. Två sidor i en triangel är 17 cm och 21 cm. Triangelns yta är 84 cm^2. Hur stor är triangelns största vinkel?
3. I triangeln ABC är vinkeln A 20°, sidan AB 20 cm och bisektrisen till vinkeln B 10 cm. Beräkna vinklarna B och C.
4. Medianen från hörnet A i triangeln ABC bildar rät vinkel med sidan AB och är hälften så lång som denna sida. Beräkna det exakta värdet av vinkeln A.
5. Summan av den oändliga serien $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\ \ldots$ betecknas med S, summan av de n första termerna i serien med S_n. Hur många termer måste man minst medtaga, för att S_n skall skilja sig från S med mindre än 0,001?
6. En cirkel är inskriven i ett parallelltrapets. Bevisa, att summan av kvadraterna på avstånden från cirkelns medelpunkt till trapetsets hörn är lika med summan av kvadraterna på de icke parallella sidorna i trapetset.
7. De mot hörnen A, B och C stående sidorna i triangeln ABC betecknas i ordning med a, b och c, där $a>b$. På sidan CB avsättes sträckan $CD=CA$, och punkten D sammanbindes med hörnet A. Uttryck längden av sträckan AD med hjälp av den givna triangelns sidor och vinklar, och bevisa därefter sambandet $c^2=(a-b)^2+4ab\sin^2\frac{1}{2}C$.
8. En oändlig geometrisk serie med positiva termer har kvoten $\frac{1}{2}$. Om man låter seriens första term vara oförändrad men ökar

[1] *Allmänna anvisningar för alla examensprov:* Införda beteckningar bör förklaras och uppställda ekvationer motiveras. Resonemang, lösning av ekvationer och genomförande av uträkningar bör icke vara så knapphändiga, att de blir svåra att följa. Geometriska uppgifter bör åtföljas av figurer, ritade med blyerts med hjälp av passare och linjal. — För provet i *fysik* tillkommer att enheterna anges och att konstanter, som ej är uppgivna i texten, hämtas ur formelsamlingen.

kvoten med x %, kommer seriens summa att öka med y %. Bestäm y som funktion av x, och åskådliggör denna funktion i ett diagram genom att beräkna de värden på y, som svarar mot värdena $x=10, 20, \ldots, 90$. Bestäm slutligen med hjälp av diagrammet med hur många procent kvoten skall ökas, för att summan skall bli 4 gånger så stor som den ursprungliga.

Resultat: 1. $m=-1$, roten $=2$. 2. Det finns två trianglar med angivna egenskaper, vinkeln mellan de givna sidorna kan vara spetsig eller trubbig. Den största vinkeln är i förra fallet 98,80°, i det senare 151,93°. 3. $B=46{,}32°$, $C=113{,}68°$. 4. 135°. — Förlänges medianen AM, så att $MA_1=MA$, är ACA_1B en parallellogram och triangeln BAA_1 likbent och rätvinklig, osv. 5. Minst 11 termer. 6. De icke parallella sidorna synes under 90° från medelp. 7. Ur triangeln CMD, där M är AD:s mittp., erhålles $AD=2b\sin\frac{1}{2}C$. I $\triangle ABD$ beräknas c^2 med hjälp av cos.teor., och man observerar att $\cos ADB=\sin\frac{1}{2}C$, osv. 8. $y=100x:(100-x)$; 75 %.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. Medianen från hörnet A i triangeln ABC bildar rät vinkel med sidan AB och är hälften så lång som denna sida. Beräkna det exakta värdet av vinkeln A.
2. Ett lån på 10 000 kr, löpande med 4 % ränta, betalas på följande sätt. Vid slutet av vart och ett av de fem första åren erlägges dels den under året upplupna räntan, dels en avbetalning av 500 kr. Vid slutet av vart och ett av de därpå följande fem åren betalas ett visst belopp, som är så avpassat, att lånet är inbetalt efter dessa tio år. Hur stort är detta belopp?
3. Bestäm konstanten b så, att kurvorna $y=x^3-3x$ och $y=x^2+b$ har åtminstone en skärningspunkt på x-axeln. Beräkna därefter koordinaterna för kurvornas skärningspunkter i såväl exakt som approximativ form, och upprita slutligen kurvorna.
4. Hörnet A i triangeln ABC ligger på den räta linjen $x=5$. Ekvationerna för den till sidan AB hörande medianen, mittpunktsnormalen och höjden är i ordning $5x-4y-14=0$, $x-2y+2=0$ och $x-2y-4=0$. Beräkna triangelns yta.
5. I en given rät cirkulär kon inskrives en annan dylik kon med så stor volym som möjligt, så att dess spets faller i mittpunkten av den givna konens bottenyta och dess basytas omkrets på den givna

konens mantelyta. I den bildade toppkonen av den givna konen inskrives på samma sätt en ny kon med maximal volym, och så fortsättes obegränsat. Hur stor del av den givna konens volym upptages av de sålunda inskrivna konerna?

6. Åtta givna lika stora sfärer har sina medelpunkter i hörnen av en kub, och var och en av dem tangerar de tre närmast belägna. Vidare tangeras alla de givna sfärerna av ytterligare två sfärer. Hur många procent av volymen mellan dessa bägge sfärers begränsningsytor upptages av de givna sfärerna?

7. Visa genom ett bevis från n till $n+1$ eller på annat sätt, att $\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\ldots+\frac{n}{2^n}=2-\frac{n+2}{2^n}$. Med hjälp av binomialteoremet kan man bevisa, att $2^n>1+\frac{n}{1}+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}$, då n är ett helt tal >2. Använd denna olikhet för att beräkna den angivna seriens summa, när antalet termer växer obegränsat. — Något bevis för olikheten erfordras inte men betraktas som en förtjänst.

8. Kurvan $y=(x^2-1)(ax-1)$, där a är en konstant $\neq 0$, skär x-axeln i två fasta punkter, A och B, samt i en tredje punkt P, vars läge är beroende av värdet på a. Visa först, att tangenten i kurvans skärningspunkt med y-axeln alltid går genom P. Undersök därefter, hur punkten P:s läge i förhållande till punkterna A och B varierar, när a antar olika värden. Åskådliggör slutligen i skilda diagram de olika huvudfall, som framkommer vid undersökningen av kurvans skärningspunkter med x-axeln, samt ange för vart och ett av dem, i vilka kvadranter kurvans maximi- och minimipunkter blir belägna.

Resultat: **1.** 135°. — Se uppg. 4, latinlinjen. **2.** 1685 kr. **3.** $b=0$ med skärningsp. $(0;\ 0)$, $[\frac{1}{2}(1+\sqrt{13});\ \frac{1}{2}(7+\sqrt{13})]$, $[\frac{1}{2}(1-\sqrt{13});\ \frac{1}{2}(7-\sqrt{13})]$ eller $b=-3$ med skärningsp. $(1;\ -2)$, $(\sqrt{3};\ 0)$, $(-\sqrt{3};\ 0)$. **4.** 13 ytenh. **5.** $\frac{4}{19}$. **6.** 40 %. **7.** Seriens summa är 2. — Ett »annat sätt» att bevisa formeln är med hjälp av metoden för summation av en geom. serie, dvs. multiplicera båda leden i $S_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\ldots$ med $\frac{1}{2}$ och subtrahera. Olikheten bevisas genom att utveckla $2^n=(1+1)^n$ enl. binomialteoremet. **8.** Man finner $A\,(-1;\ 0)$, $B\,(1;\ 0)$, $P\,(1/a;\ 0)$ och bevisar lätt, att tangenten i $(0;\ 1)$, där $y'=-a$, går genom P. Undersökningen av kurvan underlättas av att de till $+a$ och $-a$ hörande kurvorna är varandras spegelbilder i y-axeln. I. När a går från $-\infty$ till 0, rör sig P från origo mot $-\infty$ passerande A för $a=-1$, och kurvan har max. i 1:a och min. i 3:e kvadr. II. När a går från 0 mot $+\infty$, rör sig P från $+\infty$ mot origo passerande B för $a=1$ och kurvan har max. i 2:a och min. i 4:e kvadr. För $a=\mp 1$ ligger min. i A resp. B.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. Vilken punkt på kurvan $y^2-2y-4x-7=0$ ligger närmast den räta linjen $x-y+5=0$? Bestäm också denna punkts avstånd till linjen.
2. Kantlinjen i en regelbunden tetraeder är 6 cm. På en av tetraederns höjder skall bestämmas en punkt så belägen, att summan av dess avstånd till tetraederns hörn blir så liten som möjligt. Ange punktens läge och minimisumman.
3. Bestäm ett polynom $f(x)$ av tredje graden så beskaffat, att funktionen $y=f(x)$ för $x=0$ antar samma värden på y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ och $\frac{d^3y}{dx^3}$ som funktionen $y=1:\sqrt{1+\sin x}$.
4. En parabel med brännpunkten på y-axeln och styrlinjen utefter x-axeln tangerar hyperbeln $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$ i ändpunkten av en parameter i hyperbeln. Bestäm hyperbelns excentricitet.
5. I ekvationen $(a-1)^2x^2+2(a^2-1)x-3(a^2-10a+13)=0$ är a en konstant $\neq 1$. Bestäm de värden på a, för vilka ekvationen har reella rötter. Bestäm också gränsvärdena för ekvationens rötter, när a växer obegränsat.
6. En sträcka AB delas av punkten P i två delar, med längderna a och b. Sträckan AB rör sig så, att punkterna A och B hela tiden glider utefter en sluten kurva K, som inte skär sig själv. Punkten P antas därvid beskriva en sluten kurva K', som inte skär sig själv och som inte till någon del ligger utanför K. Man kan då visa, att den yta, som ligger mellan de båda kurvorna, alltid är πab. Visa detta för det fall, då K är en rektangel, vars sidor är $\geq a+b$.
7. Undersök kurvan $y=x^3-3ax^2+a^3$, där a är en konstant, med avseende på maximi-, minimi- och inflexionspunkter, och upprita i skilda diagram de huvudtyper, som kurvan uppvisar. Bestäm därefter var för sig de geometriska orterna för kurvans maximipunkt, minimipunkt och inflexionspunkt, när konstanten a antar olika värden. Upprita slutligen i ett särskilt diagram dessa tre orter jämte några exempel på kurvan för olika värden på a, t. ex. de tidigare uppritade.

Resultat: **1.** Punkten $(-1; 3)$; avståndet $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ längdenh. **2.** I tyngdp.; summan $6\sqrt{6}$ cm. **3.** $y=1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{11}{48}x^3$. **4.** $\sqrt{3}$. — Om F är parabelns, F_1 och F_2 hyperbelns brännp., P tangeringsp., är $PF_2=2FP=2F_1P$, $F_1F_2=2c$, $FP=2a$ osv. **5.** Reella rötter, då $a\geq 5$ och $a\leq 2$ $(a\neq 1)$; dubbelrot för $a=5$ och $a=2$. Om $a\to\infty$, övergår ekv. i $x^2+2x-3=0$ med rötterna 1 och -3. **6.** K' utelämnar av rektangel-

tan en kvadrant av ellipsen med halvaxl. a och b i vartdera hörnet. . Kurvan har för $a>0$ max. i $(0; a^3)$, min. i $(2a; -3a^3)$ och för $a<0$ min. i $(0; a^3)$ och max. i $(2a; -3a^3)$. Inflexion i $(a; -a^3)$. Orten ar för max.p. positiva y-axeln och den inom 2:a kvadr. belägna delen av $y=-\frac{3}{8}x^3$ och för min.p. negativa y-axeln och den i 4:e kv. belägna delen av $y=-\frac{3}{8}x^3$. Orten för infl.p. är $y=-x^3$.

Uppgifter i fysik

1. En termosflaska, innehållande flytande syre (kokpunkt — 183° C), tarerades på en våg. Man konstaterade, att termosflaskans vikt minskades med 1,55 g på 12 min 30 sek. Från en gasbehållare, vars temperatur var +21° C, leddes en långsam ström av gas genom det flytande syret under loppet av 10 min, varvid termosflaskans vikt minskades med 8,77 g. Vikten av den gas, som passerat termosflaskan, bestämdes till 7,51 g. Syrets ångbildningsvärme vid — 183° C är 51,0 cal/g. Beräkna den undersökta gasens specifika värme (vid konstant tryck). Gasens kondensationspunkt ligger lägre än — 183° C.
2. Från toppen av en stadig, vertikal mast nedhänger ett 40 cm långt snöre, som i sin nedre ände uppbär en liten, tung kula. Genom ett annat, 30 cm långt snöre är kulan dessutom förenad med en annan punkt på masten, belägen 50 cm under toppen. Medelst en lämplig, horisontell stöt kan man få kulan att beskriva en konisk pendelrörelse kring masten, och om stöten är tillräckligt kraftig, blir därvid båda snörena sträckta, så att de med masten bildar en triangel. (Snörena tänkes fastsatta vid masten med hjälp av särskilda lager, som förhindrar, att snörena lindar upp sig på masten under rörelsen.) Hur stor skall kulans omloppstid vara, för att spänningen skall vara densamma i båda snörena under rörelsen? Enkel figur kräves.
3. En bil A framföres med hastigheten 90 km/tim på en raksträcka. Plötsligt får bilens förare se en annan, stillastående bil B 75 m framför sig. Den sätter sig just i rörelse i A:s färdriktning med en acceleration av 2 m/sek^2. En mötande bil omöjliggör omkörning, varför A:s förare bromsar i samma ögonblick han får se B. Hur stor retardation måste han minst åstadkomma för att förhindra en kollision med B?
4. En person avbildar ett avlägset föremål på en skärm med en konvex lins med styrkan 2 dioptrier. Man önskar få en 5 gånger större bild av samma föremål på skärmen och inskjuter därför mellan linsen och skärmen en lins med —5 dioptriers styrka och flyttar skärmen, tills bilden blir tydlig. Beräkna avståndet mellan linserna. Bildkonstruktion kräves.

5. Mot den plana ytan av en halvsfär av konstglas infaller ett smalt ljusknippe utmed symmetriaxeln från en ljuskälla, som ligger 60 mm från den plana ytan. På andra sidan om halvsfären samlas strålarna i en punkt, som ligger 120 mm från samma yta. Beräkna ur dessa uppgifter brytningsindex för glaset. Sfärens radie är 20 mm. Enkel figur över strålgången kräves.
6. En person vill i sitt garage installera en värmematta om 225 W. Från belysningsledningen drar han därför ledningstrådar, vars sammanlagda resistans är 0,80 ohm. Vilken resistans bör han lämpligen välja på värmemattan, då belysningsledningens spänning är 220 V?
7. Till polerna av ett ackumulatorbatteri anslutes i serie ett motstånd, vars resistans skall bestämmas, en proppreostat och en milliamperemeter. Parallellt med de båda motstånden kopplas en voltmeter, som har relativt liten resistans. Då man i proppreostaten kopplar in 60 ohm, visar milliamperemetern 240 mA och voltmetern 12,0 V. Man kortsluter sedan proppreostaten genom att sätta i alla propparna. Då visar milliamperemetern 400 mA och voltmetern 10,0 V. Vilket värde erhåller man genom dessa mätningar på motståndstrådens resistans? Kopplingsschema skall ritas.
8. Ett rum upplyses av 6 st lika glödlampor, på vanligt sätt kopplade parallellt med varandra mellan de strömförande ledningarna. Man vill ha möjlighet att kontinuerligt minska rummets belysning till $\frac{1}{3}$ av den normala och inkopplar därför i huvudledningen ett variabelt motstånd. Den normala nätspänningen är 220 V. Motsvarande värden på spänning, strömstyrka och belysning för en av lamporna ingår i följande tabell. Bestäm med användande av grafisk metod resistansen hos det variabla motståndet vid den lägre belysningen.

Spänning	247	227	198	164	140	V
Strömstyrka	0,48	0,46	0,43	0,38	0,34	A
Belysning	224	167	105	46	27	Lux

Rummets belysning förutsättes proportionell mot den av varje lampa erhållna belysningen.

Resultat: **1.** 0,251. **2.** 0,37 sek. **3.** $2\frac{1}{6}$ m/sek^2. — Se detta häfte sid. 42. **4.** 34 cm. **5.** 1,47. **6.** 213 ohm. **7.** 32,45 ohm. **8.** 23 ohm. — Grafisk interpolering ger 150 lux vid 220 V och vid 50 lux 166 V och 0,385 A. Angivna siffror är ungefärliga.

MATEMATIK

i enlighet med den nya kursplanen

Hedström — Rendahl — Ekbom — Hilding

Funktionslära och Analytisk Geometri

- För reallinjens matematiska gren 211 s. 10:50
- För reallinjens biologiska gren och allmänna linjen 73 s. 4:25

Hedström — Rendahl — Ekbom

Algebra och Plangeometri 1

- För realgymnasiets två första ringar 264 s. Inb. 7:50
- För allmänna linjens två första ringar 233 s. 6:25

Under vårterminen utkommer

Algebra och Plangeometri 2

- För reallinjens matematiska gren
- För reallinjens biologiska gren och allmänna linjens sociala gren

Rekvirera vår nya huvudkatalog!

SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

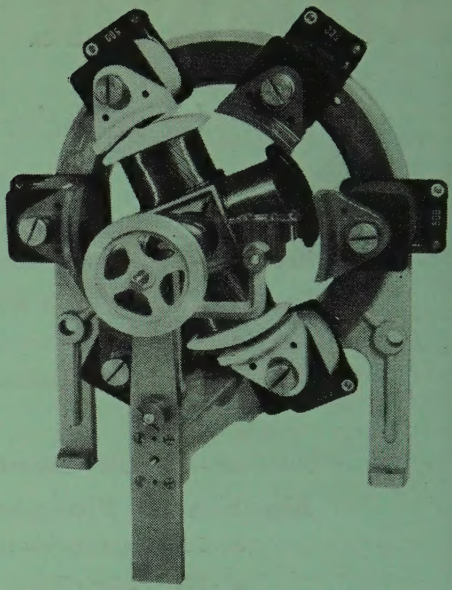
Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

S B F

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Hamngatan 4, Malmö

Dr CLEMENZ' BYGGSATSER



Med ensamrätt för Skandinavien säljer Norstedts Skolavdelning Dr. Clemenz' byggsatser, den bästa materiel som hittills konstruerats för den grundläggande undervisningen i elektriska motorer, generatorer och mätinstrument.

Den såväl tekniskt som pedagogiskt riktiga utformningen borgar för goda resultat även då mera komplicerade maskiner byggs, och modellerna fungerar som riktiga maskiner skall göra.

Endast en demonstration kan dock göra materielen full rättvisa. Ring eller skriv till Norstedts Skolavdelning i Stockholm, Göteborg eller Malmö och bestäm tid för en demonstration. Våra representanter står till tjänst med alla nödvändiga upplysningar.

NORSTEDTS SKOLAVDELNING

Lilla Nygatan 13	**Parkgatan 19**	**Hamngatan 4**
23 29 70	**13 92 93**	**97 70 90**
Stockholm	**Göteborg**	**Malmö**

LUND 1956, HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI